



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A
BIOMECHANIKY

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

ÚNAVOVÁ ŽIVOTNOST OCELOVÝCH VZORKŮ PŘI AXIÁLNÍM, TORZNÍM A KOMBINOVANÉM AXIÁLNĚ-TORZNÍM NAMÁHÁNÍ

THE FATIGUE LIFE OF STEEL SPECIMENS UNDER AXIAL, TORSIONAL AND
COMBINED AXIAL-TORSIONAL LOADING

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. Jan Mička

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Karel Slámečka, Ph.D.

BRNO 2016

Zadání diplomové práce

Ústav: Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student: **Bc. Jan Mička**
Studijní program: Aplikované vědy v inženýrství
Studijní obor: Inženýrská mechanika a biomechanika
Vedoucí práce: **Ing. Karel Slámečka, Ph.D.**
Akademický rok: 2015/16

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č. 111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Únavová životnost ocelových vzorků při axiálním, torzním a kombinovaném axiálně-torzním namáhání

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Aktivní účast na provádění experimentálních zkoušek vzorků z chromové oceli při axiálním, torzním a kombinovaném axiálně-torzním cyklickém zatěžování. Posouzení spolehlivosti predikce únavové životnosti zkoušeného materiálu pomocí různých přístupů – empirická kritéria, kritéria založená na koncepci kritické roviny a kritéria založená na napěťových invariantech.

Cíle diplomové práce:

- 1) Posouzení spolehlivosti stanovení únavové pevnosti při axiálním a torzním namáhání.
- 2) Posouzení přesnosti predikce únavové životnosti při kombinovaném axiálně-torzním namáhání pomocí vybraných multiaxiálních napěťových kritérií.

Seznam literatury:

Klesnil, M. a Lukáš, P. (1975): Únava kovových materiálů při mechanickém namáhání. Academia, Praha.

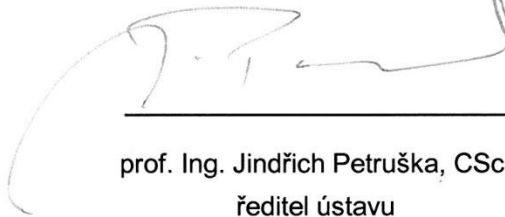

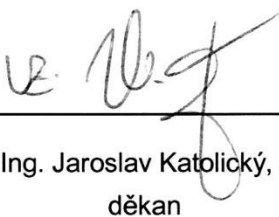
ČSN ISO 12107 (2013): Kovové materiály - Zkoušení únavy: Statistické plánování a analýza údajů. Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví. Praha.

ASTM E 739-91 (2004): Standard Practice for Statistical Analysis of Linear or Linearized Stress-Life (S-N) and Strain-Life (epsilon-N) Fatigue Data. ASTM International. West Conshohocken.

Socie, D.F. a Marquis, G.B. (2000): Multiaxial Fatigue. SAE International, Warrendale.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2015/16.

V Brně, dne 20. 11. 2015

		
_____ prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc. ředitel ústavu		_____ doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D. děkan

Abstrakt:

Předkládaná diplomová práce se zabývá stanovením únavové životnosti při cyklickém víceosém zatěžování. Nejprve je v práci popsán únavový proces a způsob určování únavové životnosti při jednoosém a víceosém namáhání. Cílem praktické části je posouzení přesnosti predikce únavové životnosti válcových vzorků z oceli 1.2210, experimentálně namáhaných synchronní symetrickou kombinací axiální síly a torzního momentu, pomocí vybraných kritérií. K tomu je zapotřebí nejprve stanovit únavovou pevnost při prostém axiálním a prostém torzním namáhání.

Klíčová slova:

Víceosá únava materiálu, únavová životnost, únavová pevnost, multiaxiální kritéria.

Abstract:

The master's thesis deals with the fatigue life prediction under multiaxial cyclic loading. First, the fatigue process is discussed and the methods for fatigue life prediction under uniaxial and multiaxial loading are described. In the practical part, the accuracy of selected criteria is assessed based on experimental data obtained on cylindrical samples made of 1.2210 steel that were tested under synchronous symmetric axial-torsion loading. Application of criteria requires to determine the fatigue strength under pure axial and torsional loading.

Keywords:

Multiaxial fatigue, fatigue life, fatigue strength, multiaxial criteria.

MIČKA, J. *Únavová životnost ocelových vzorků při axiálním, torzním a kombinovaném axiálně-torzním namáhání*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2016. 70 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Karel Slámečka, Ph.D..

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci na téma Únavová životnost ocelových vzorků při axiálním, torzním a kombinovaném axiálně-torzním namáhání vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce Ing. Karla Slámečky, Ph.D. a s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu, který tvoří přílohu této práce.

V Brně dne

.....

Bc. Jan Mička

Poděkování

Děkuji tímto svému vedoucímu diplomové práce Ing. Karlovi Slámečkovi, Ph.D. za cenné připomínky, rady, obětavost a vynikající vedení, výrazně převyšující rámec povinností vedoucího diplomové práce. Rovněž bych chtěl poděkovat prof. RNDr. Jaroslavovi Pokludovi, CSc., doc. RNDr. Zdeňkovi Karpíškovi, CSc. a Ing. Pavlovi Gejdošovi, Ph.D. za konzultace při řešení dílčích problémů. Děkuji také své rodině za podporu po celou dobu mého studia.

Obsah

Úvod.....	11
1 Problémová situace	12
1.1 Formulace problému a cílů řešení	12
1.2 Systém podstatných veličin	12
1.2.1 Veličiny popisující prvky okolí objektu (S0).....	12
1.2.2 Veličiny popisující topologii a strukturu objektu (S1).....	12
1.2.3 Vazbové a interakční veličiny objektu s okolím (S2)	12
1.2.4 Aktivační veličiny objektu s okolím (S3)	12
1.2.5 Veličiny ovlivňující objekt a něm probíhající procesy (S4)	12
1.2.6 Veličiny vyjadřující vlastnosti prvků struktury (S5).....	12
1.2.7 Veličiny popisující procesy a stavy objektu (S6).....	13
1.2.8 Veličiny vyjadřující projevy objektu (S7).....	13
1.2.9 Veličiny popisující důsledky projevů objektu (S8).....	13
2 Únava materiálů	14
2.1 Stadia únavového procesu	15
2.1.1 Stadium změn mechanických vlastností	16
2.1.2 Stadium iniciace trhlin	17
2.1.3 Stadium šíření trhlin	18
3 Životnost při jednoosém namáhání	20
3.1 Wöhlerova křivka	20
3.2 Manson-Coffinova křivka.....	21
3.3 Energetická kritéria.....	22
3.4 Faktory ovlivňující únavovou životnost	23
3.4.1 Vliv středního napětí	23
3.4.2 Jiné vlivy	25
4 Víceosé namáhání	26
5 Multiaxiální kritéria	28
5.1 Napěťová kritéria.....	28
5.1.1 Kritéria založená na empirických vztazích	28
5.1.2 Kritéria vycházející z kritické roviny	29
5.1.3 Kritéria založená na napěťových invariantech	31
5.2 Deformační kritéria.....	32
5.3 Energetická kritéria.....	32
6 Popis experimentu.....	34
6.1 Zkušební vzorek	34
6.2 Zkušební zařízení.....	35
6.3 Nastavení a průběh experimentu	37
7 Výsledky únavových zkoušek při axiálním a torzním namáhání	39
7.1 Wöhlerovy křivky.....	40
7.2 Koeficient korelace.....	40
7.3 Diagram reziduí	41
7.4 Sestrojení Wöhlerových křivek	42
7.4.1 Wöhlerova křivka pro namáhání tahem – tlakem	42
7.4.2 Wöhlerova křivka pro namáhání krutem.....	43
7.4.3 Poznámka k rozsahu studovaných dat.....	44
8 Výsledky únavových zkoušek při kombinovaném namáhání.....	46
8.1 Křivky pro kombinované namáhání	46
9 Výpočet parametrů obsažených v multiaxiálních kritériích	50

9.1	Výpočet únavové pevnosti.....	50
9.2	Výpočet hlavních napětí	51
9.3	Výpočet parametrů obsažených v multiaxiálních kritériích	52
10	Posouzení přesnosti predikce únavové životnosti při kombinovaném namáhání.....	54
10.1	Porovnání predikovaných a experimentálních životností.....	54
10.2	Logaritmický chybový index.....	56
10.3	Metoda spolehlivostních pásů	57
10.4	Diskuze výsledků.....	59
	Závěr.....	62
	Seznam použitých zdrojů	63
	Seznam použitých symbolů a zkratk	66
	Seznam obrázků	68
	Seznam tabulek	70

Úvod

Cyklické zatěžování je nedílnou součástí při návrhu reálné konstrukce v mnoha průmyslových odvětvích, neboť únava materiálu bývá jednou z nejčastějších příčin provozního lomu. Na rozdíl od statického zatížení je cyklické zatěžování principiálně odlišné, neboť u něj záleží na celkové historii průběhu zatěžování, přičemž únavový lom může nastat i při napětí, které je mnohem menší než je mez pevnosti materiálu. Ve většině případů jsou tělesa zatěžována multiaxiálně, z nichž bývá velice časté axiálně-torzní zatížení.

K tomu, abychom zabránili vzniku únavového lomu, je potřeba co možná nejpřesněji odhadnout únavovou životnost. V ideálním případě by měl být prováděn experiment s reálnou součástí při daných podmínkách jejího provozu, což by ale bylo velice nákladné. V praxi se tak většinou využívají modely, které porovnávají únavovou životnost zkušební vzorku zatěžovaného relativně jednoduchým způsobem s životností reálné součásti.

Diplomová práce se zabývá vyhodnocením výsledků únavových experimentů na hladkých ocelových vzorcích, které byly zatěžovány symetrickým tahem – tlakem, symetrických krutem a jejich synchronní kombinací. Cílem této práce je především posoudit přesnost predikce životnosti pomocí vybraných multiaxiálních napětíových kritérií, k čemuž je zapotřebí nejprve stanovit únavovou pevnost při axiálním a torzním namáhání a její spolehlivost. Posuzováno bylo Gough-Pollardovo, Matakovo a Crosslandovo kritérium jako typičtí zástupci skupiny empirických kritérií, kritérií založených na koncepci kritické roviny a kritérií vycházejících z napětíových invariantů. Tato kritéria lze navíc pro studované zatěžování relativně snadno upravit do tvaru kritériální křivky. Všechny výpočty, stejně tak jako vykreslení grafů, byly provedeny pomocí programovacího jazyka Python s využitím knihoven editoru Spyder.

Struktura práce je následující. Rešeršní část (kapitoly 1 – 5) přináší popis a rozbor problémové situace (kapitola 1), je zde shrnuta problematika únavy materiálu (kapitola 2) a podán stručný přehled posuzování životnosti při jednoosém namáhání (kapitola 3). Dále se tato část zabývá multiaxiálním namáháním (kapitola 4) a popisem multiaxiálních kritérií (kapitola 5), zejména kritérií napětíových, které jsou v této práci studovány. Praktická část zahrnuje kapitoly 6 – 10. Kapitola 6 se věnuje popisu zkušební vzorku, popisu zkušebního stroje a vlastnímu experimentu. Experimentální data jsou shrnuta v kapitole 7 (axiální a torzní zkoušky) a v kapitole 8 (kombinované zkoušky), kde jsou také vyhodnoceny Wöhlerovy křivky. V kapitole 9 jsou určeny únavové pevnosti včetně jejich spolehlivosti a je proveden výpočet parametrů vstupujících do multiaxiálních kritérií. Nakonec je posouzena přesnost predikce únavové životnosti u studovaných multiaxiálních kritérií (kapitola 10).

1 Problémová situace

1.1 Formulace problému a cílů řešení

Hlavním cílem této diplomové práce je posouzení přesnosti predikce únavové životnosti při kombinovaném axiálně-torzním namáhání pomocí vybraných multiaxiálních napět'ových kritérií. Motivací je problémová situace, která je charakterizována dosažením mezního stavu únavového lomu hladké válcové zkušební tyče. Na počátku řešení této problémové situace byl stanoven předpoklad, že příčinou vzniku mezního stavu únavového lomu je kumulovaná plastická deformace, která je důsledkem cyklického zatěžování axiální silou a/nebo kroutícím momentem. Pro stanovení přesnosti predikce únavové životnosti při kombinovaném namáhání je nejprve nutné stanovit únavovou pevnost při axiálním a torzním namáhání, která vstupuje do posuzování multiaxiálních kritérií.

1.2 Systém podstatných veličin

Systém podstatných veličin zahrnuje všechny veličiny, které popisují podstatné okolnosti z hlediska řešení problému. Pro danou úlohu je rozdělen do devíti podmnožin S0-S8 [1], které jsou sepsány níže. Zanedbáním podstatné veličiny bychom se dopustili základní chyby modelování, což by vedlo k nesprávným výsledkům.

1.2.1 Veličiny popisující prvky okolí objektu (S0)

Zkušební vzorek je uchycen do axiálně-krutového servo-hydraulického zkušebního stroje pomocí samosvorných čelistí pro normální (pokojovou) teplotu.

1.2.2 Veličiny popisující topologii a strukturu objektu (S1)

Součástí této podmnožiny je především geometrie zkušebního vzorku.

1.2.3 Vazbové a interakční veličiny objektu s okolím (S2)

Veličinami popisujícími vazby objektu s okolím a na nich probíhající interakce jsou ty, které vyjadřují způsob uložení zkušebního vzorku do zkušebního stroje. Samosvorné čelisti a rám zkušebního stroje jsou považovány za dokonale tuhá tělesa. Zkušební vzorek je sevřen v čelistech, což zabraňuje jeho samovolnému pohybu.

1.2.4 Aktivační veličiny objektu s okolím (S3)

Zkušební vzorek je aktivován působením axiálních sil a/nebo torzních momentů, které způsobí jeho napjatost a deformaci.

1.2.5 Veličiny ovlivňující objekt a něm probíhající procesy (S4)

Díky upevnění zkušebního vzorku v čelistech zkušebního stroje, který je umístěn v laboratoři víceosé únavy, nejsou okolní vlivy podstatné a tudíž můžou být zanedbány.

1.2.6 Veličiny vyjadřující vlastnosti prvků struktury (S5)

Materiál zkušebního tělesa je charakterizován materiálovými charakteristikami. Dále byla předpokládána hladkost funkční části povrchu vzorku a nepřítomnost vměstků v materiálu, což bylo ověřeno topografickým měřením a metalografickým rozbořem.

1.2.7 Veličiny popisující procesy a stavy objektu (S6)

Řešíme-li problém na makroúrovni mechaniky kontinua, což znamená, že se detailněji nezajímáme o procesy probíhající v mikrostruktuře materiálu, které vedou k iniciaci mikrotrhlin, jejich šíření a k meznímu stavu únavové lomu zkušebního vzorku, je tato množina prázdná.

1.2.8 Veličiny vyjadřující projevy objektu (S7)

Projevem cyklického zatěžování vzorku je napjatost a deformace, což vede k iniciaci trhlin a následně i k jejich šíření. V konečné fázi nastane únavový lom.

1.2.9 Veličiny popisující důsledky projevů objektu (S8)

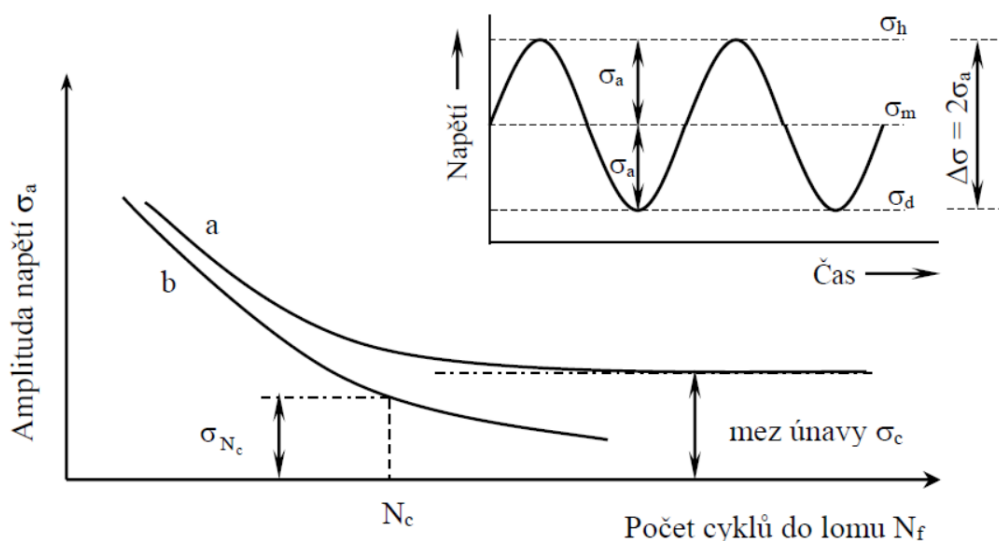
Důsledkem cyklického zatěžování je vznik mezního stavu únavového lomu.

2 Únava materiálů

Působíme-li na součást vnějším, časově proměnným zatížením, dojde po určité době k jejímu lomu, a to i v případě, že zatížení je natolik malé, že při jeho statickém působení nedojde k porušení součásti. Tento lom je důsledkem procesů probíhajících ve struktuře materiálu na mikroskopické úrovni. Vzniku únavového lomu předchází kumulace plastické deformace, která vede ke změnám vlastností materiálu a v závěru procesu k růstu makroskopické trhliny a lomu. Únavový proces má, na rozdíl od působení elastické deformace, nevratný charakter. Přitom neopakovaná, jednosměrná plastická deformace může být natolik malá, že její působení na součást nevede k žádným závažnějším změnám ve struktuře materiálu, tedy se chová jako deformace elastická [2].

Historicky první výskyt únavových lomů byl pozorován na konstrukcích, které obsahovaly součásti podrobené cyklickému namáhání ohybem a krutem (např. osy železničních vagónů). V důsledku toho byla snaha stanovit mechanické charakteristiky, které by umožnily výpočet dovoleného zatížení. První systematické experimenty Augusta Wöhlera, uskutečněné v letech 1852-1870, vedly k zavedení Wöhlerovy křivky, která udává závislost počtu cyklů do lomu N_f na amplitudě napětí σ_a (při daném středním napětí σ_m). Dodnes je Wöhlerova křivka, která je někdy označována jako S-N křivka, jednou ze základních únavových charakteristik [3].

Na obr. 1 jsou schematicky znázorněny dvě charakteristické Wöhlerovy křivky. Křivka "a" se při počtu cyklů do lomu $N_f > 10^6$ cyklů asymptoticky blíží k mezi únavy σ_c , která představuje napětí, při kterém nedojde k lomu ani po řádově velkém počtu cyklů (smluvně obvykle 10^7). Napětí vedoucí ke konečnému počtu cyklů do lomu je nazýváno únavová pevnost. Tvar křivky "a" je typický pro oceli. Naopak křivka b se asymptoticky neblíží k žádné mezní hodnotě, ale naopak stále klesá závislost počtu cyklů do lomu na amplitudě napětí. Proto se v tomto případě životnost určuje smluvně počtem cyklů do lomu např. $N_c = 10^7$ cyklů, a příslušná amplituda napětí se potom nazývá časovaná mez únavy σ_{Nc} . Takový průběh křivky životnosti je typický pro kovy a slitiny s kubickou plošně středěnou fcc mřížkou (např. slitiny hliníku, hořčíku a mědi) [2].



Obr. 1 Schematicky zakreslená Wöhlerova křivka, σ_h – horní napětí, σ_d – dolní napětí, σ_a – amplituda napětí, σ_m – střední napětí, $\Delta\sigma$ – rozkmit napětí, N_f – počet cyklů do lomu. Křivka "a" znázorňuje typickou odezvu pro oceli a křivka "b" odezvu pro slitiny hliníku, hořčíku a mědi. Upraveno z [3].

Jak je zřejmé z obr. 1, harmonický kmit je charakterizován vztahy:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_d + \sigma_h}{2}, \quad (1)$$

$$\Delta\sigma = 2\sigma_a = \sigma_h - \sigma_d. \quad (2)$$

Asymetrii kmitu napětí je možné vyjádřit buď napětovým součinitelem R (někdy označován r) nebo amplitudovým součinitelem asymetrie cyklu P [4]:

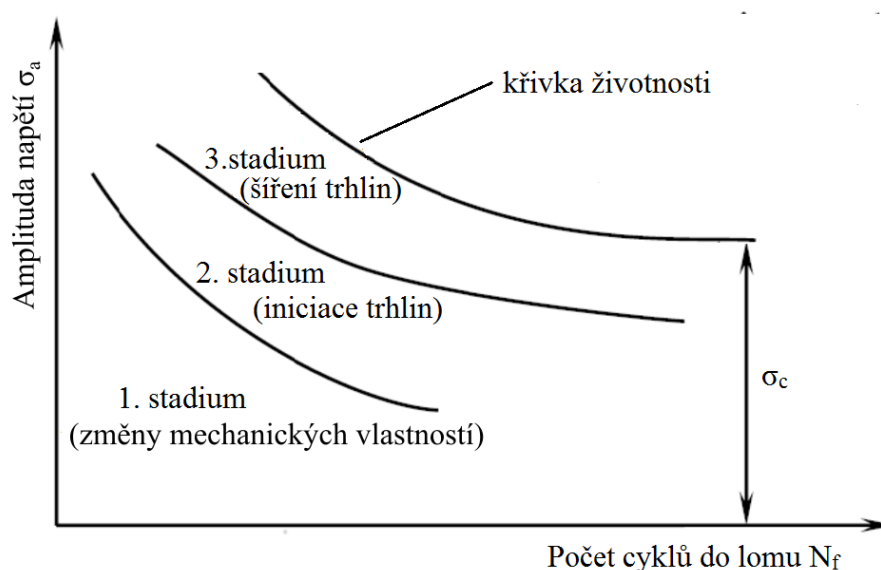
$$R = \frac{\sigma_d}{\sigma_h}, \quad (3)$$

$$P = \frac{\sigma_h}{\sigma_a}. \quad (4)$$

2.1 Stadia únavového procesu

Únavový proces je možné na základě typů nevratných změn, které jsou způsobeny opakovanou plastickou deformací, rozdělit na tři časově navazující a do jisté míry se překrývající stadia (obr. 2) [4]. Délka jednotlivých stadií závisí na materiálu, geometrii součásti, typu zatěžování a prostředí [2]:

- 1) Stadium změn mechanických a fyzikálních vlastností se vyznačuje změnami v celém objemu zatěžovaného materiálu. Mění se hustota a konfigurace mřížkových poruch (zejména dislokací), což vede ke změnám mechanických a fyzikálních vlastností.
- 2) Stadium iniciace trhlin se týká většinou povrchových vrstev materiálu. Pokud jsou ovšem v materiálu obsaženy vnitřní nehomogenity, vměstky a dutiny nebo se jedná o materiál s vytvrzenou povrchovou vrstvou, může k nukleaci únavové trhliny dojít pod povrchem. Nukleace trhlin je vždy způsobena kumulovanou plastickou deformací.
- 3) Stadium šíření trhlin. V tomto stadiu dochází k dalšímu růstu mikrotrhlin a k jejich vzájemnému propojování a stáčení do směru kolmého na maximální hlavní napětí. O tom, zda se trhlina bude šířit, rozhodují podmínky na špici trhliny [3].

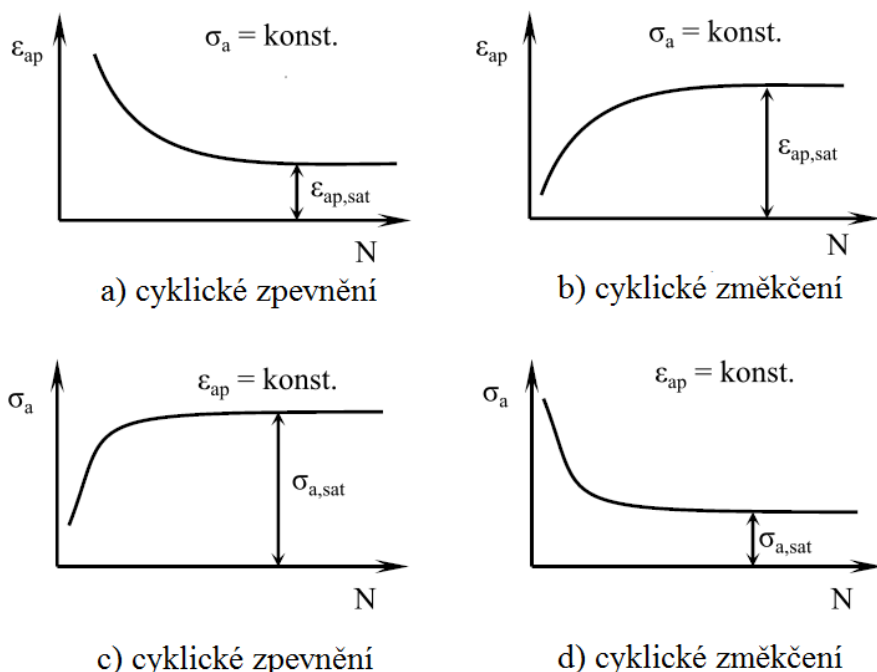


Obr. 2 Stadia únavového života, upraveno z [3].

2.1.1 Stadium změn mechanických vlastností

Je-li materiál cyklicky zatěžován, dochází ke změnám jeho mikrostruktury. V důsledku toho se pak mění mechanické, elektrické, magnetické a jiné fyzikální vlastnosti. Všechny tyto změny jsou nejvýraznější na počátku cyklického zatěžování a s rostoucím počtem cyklů jejich intenzita klesá. Po relativně malém počtu cyklů (vzhledem k celkovému počtu zátěžných cyklů) změny měřené veličiny úplně ustanou nebo se stanou nevýraznými. Nejzávažnější jsou změny mechanických vlastností, zejména těch, které charakterizují odpor materiálu vůči deformaci. Během únavového procesu může odpor materiálu proti cyklické deformaci buď růst anebo klesat. Tuto skutečnost ovlivňují mnohé faktory a to zejména typ materiálu, podmínky zatěžování a teplota.

Dnešní moderní zkušební únavové stroje umožňují udržovat v průběhu zatěžování buď konstantní amplitudu napětí, nebo konstantní amplitudu celkové nebo plastické deformace. Je možné též udržovat konstantní hodnoty příslušných momentů a výchylek v případě jiných způsobů zatěžování. Pokud je součást cyklicky zatěžována a přitom je udržována konstantní amplituda napětí, potom se může měnit jenom amplituda deformace. Pokud amplituda deformace klesá se vzrůstajícím počtem cyklů, jde o případ cyklického zpevnění (obr. 3a). Cyklické změkčení se naopak projevuje růstem amplitudy deformace (obr. 3b). Při cyklickém zatěžování s konstantní amplitudou celkové nebo plastické deformace se může měnit jen amplituda napětí. Cyklické zpevnění se pak v takovém případě projevuje růstem amplitudy napětí (obr. 3c) a cyklické změkčení se projevuje poklesem amplitudy napětí (obr. 3d).



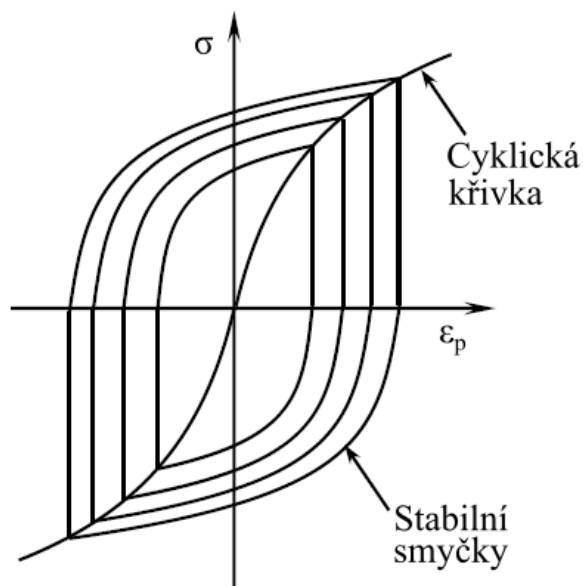
Obr. 3 Cyklické zpevnění a změkčení pro různé režimy zatěžování, kde ϵ_{ap} – amplituda plastické deformace, $\epsilon_{ap,sat}$ – saturační hodnota plastické deformace, $\sigma_{a,sat}$ – saturační hodnota amplitudy napětí. Upraveno z [3].

Na základě údajů z experimentálních zkoušek v oblasti nízkocyklové únavy bylo formulováno empirické pravidlo, které umožňuje předpovědět, zda bude materiál vykazovat cyklické zpevnění nebo změkčení. Pokud poměr meze pevnosti R_m k mezi kluzu R_e (nebo smluvní mezi kluzu $R_{p0,2}$) je větší než 1,4, pak bude materiál cyklicky zpevňovat. Pokud bude poměr menší než 1,2, pak bude materiál cyklicky změkčovat. V rozmezí hodnot 1,2 až 1,4 nelze cyklické chování materiálu předem určit. Lze jen předpokládat, že materiál by měl být poměrně stabilní, bez výrazného cyklického zpevnění nebo změkčení. Toto empirické

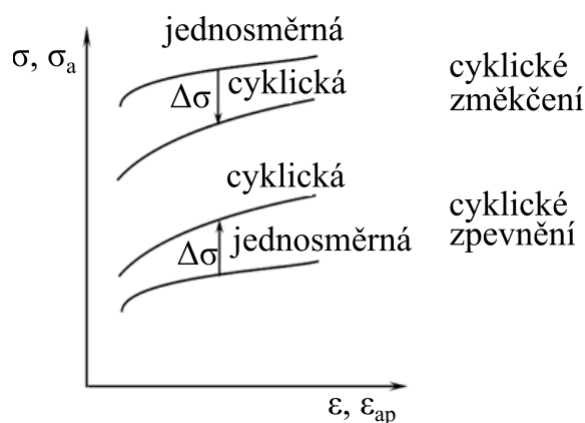
pravidlo bylo odvozeno na základě únavových zkoušek v oblasti nízkocyklové únavy a lze ho tedy aplikovat pouze v této oblasti.

V průběhu dalšího zatěžování se již obvykle mechanické vlastnosti nijak výrazně nemění. Amplitudy napětí a deformace dosáhnou svých saturevaných hodnot a je pozorována tzv. satureovaná hysterezní smyčka. Různým amplitudám náleží různé hysterezní smyčky a pokud proložíme vrcholovými body těchto stabilních smyček křivku, dostaneme tzv. cyklickou křivku napětí – deformace CKND (obr. 4) [2].

Tahový diagram reprezentuje závislost napětí – deformace v prvním čtvrtcyklu. Cyklická křivka napětí – deformace reprezentuje tutéž závislost po ukončení zpevnění nebo změkčení. Relativní poloha těchto dvou křivek pak jednoznačně určuje, zda se bude daný materiál cyklicky zpevňovat nebo změkčovat (obr. 5) [3].



Obr. 4 Cyklická křivka napětí-deformace, σ – napětí, ε_p – plastická deformace. Upraveno z [3].

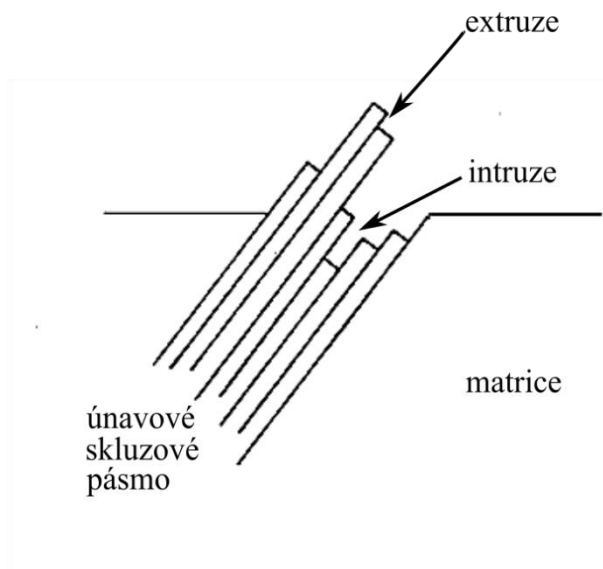


Obr. 5 Srovnání jednosměrných tahových diagramů a cyklických křivek napětí – deformace. Upraveno z [3].

2.1.2 Stadium iniciace trhlin

Experimentálně bylo dokázáno, že k nukleaci únavových trhlin u homogenních materiálů dochází přednostně na volném povrchu. K nukleaci pod povrchem materiálu dochází v případě výrazně zpevněné povrchové vrstvy, u součástí s vnitřními vadami, při kontaktní únavě nebo v oblasti gigacyklové únavy.

Nejčastěji se vyskytujícím typem nukleace je nukleace v únavových skluzových pásmech (obr. 6). Skluzová pásma je možné vidět na povrchu použitím světelné mikroskopie. Povrchový reliéf je tvořen tzv. extruzemi (částmi vystupujícími nad původní povrch) a tzv. intruzemi (části pod původním povrchem). Četnost výskytu skluzových pásem roste s amplitudou napětí (deformace) a s počtem cyklů.



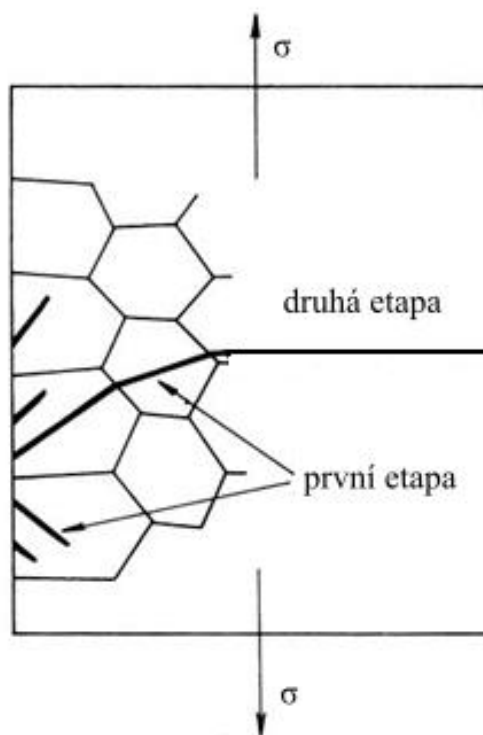
Obr. 6 Schéma kartového skluzu v perzistentním skluzovém pásmu, upraveno z [3].

Nukleace na hranici zrna nastává v místech průsečíku hranice se skluzovým pásem. Tento typ nukleace je podporován vysokou amplitudou deformace a zvýšenými teplotami. Dalším místem vzniku mikrotrhlin je rozhraní mezi inkluzemi a matricí, kde inkluze působí jako koncentrátor napětí (deformace) [2].

Hranice mezi etapami nukleace a růstem trhliny není pevně daná, avšak užívá se řada konvenčních pravidel. Poměr N_0/N_f , kde N_0 je počet cyklů pro nukleaci, tedy není roven konstantě, ale lze ho vyjádřit pouze kvalitativně. Etapa iniciace mikrotrhlin obvykle představuje dominantní část únavového života. Ovšem je třeba zmínit, že poměr N_0/N_f klesá s rostoucí amplitudou namáhání a s výskytem koncentrátorů napětí. Materiálové vlastnosti, prostředí a zbytková napětí jsou dalšími ovlivňujícími faktory, avšak jejich vliv není jednoznačný [4].

2.1.3 Stadium šíření trhlin

Stadium iniciace končí vytvořením krátkých mikrotrhlin, které leží podél rovin v nichž je největší smykové napětí. Rozhodujícími podmínkami pro to, zda se bude mikrotrhlina dále šířit, jsou podmínky na čele trhliny [4]. Touto problematikou se podrobněji zabývá lomová mechanika: lineárně elastická lomová mechanika (LELM) v oblasti vysokocyklové únavy (jinak řečeno v oblasti makroskopických elastických deformací) a elasto-plastická lomová mechanika (EPLM) v oblasti nízkocyklové únavy (tj. v oblasti elasto-plastických deformací). S narůstající délkou se trhlina stáčí do roviny kolmé na hlavní napětí. Tento přechod se označuje jako přechod z krystalografického šíření trhliny (první etapa šíření) na nekystalografické šíření trhliny (druhá etapa šíření). V druhé etapě se zpravidla šíří jedna magistralní trhlina a etapa končí náhlým lomem [3]. Etapy šíření únavové trhliny jsou znázorněny na obr. 7.

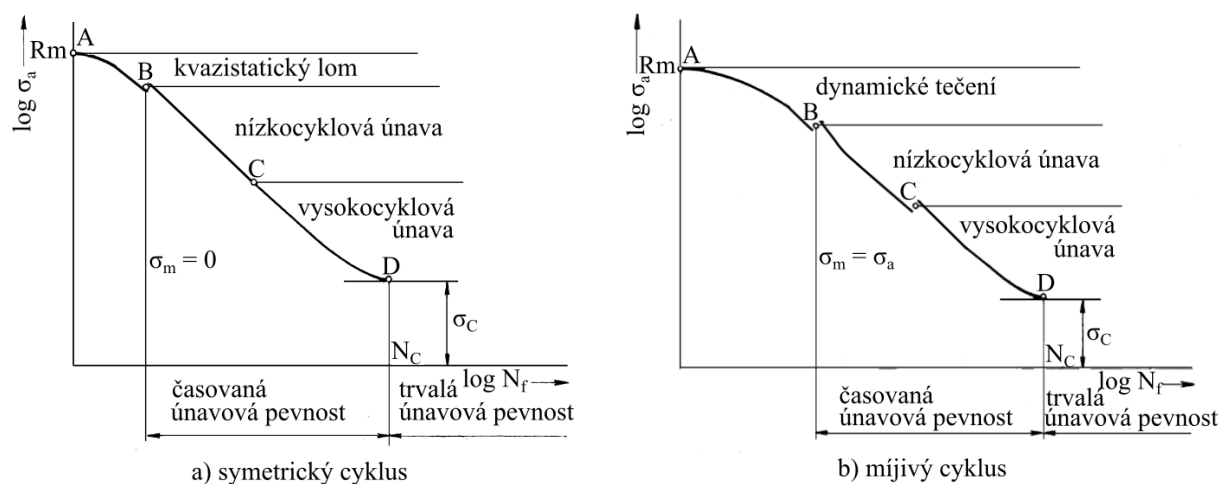


Obr. 7 Etapy šíření únavové trhliny, upraveno z [3].

3 Životnost při jednoosém namáhání

3.1 Wöhlerova křivka

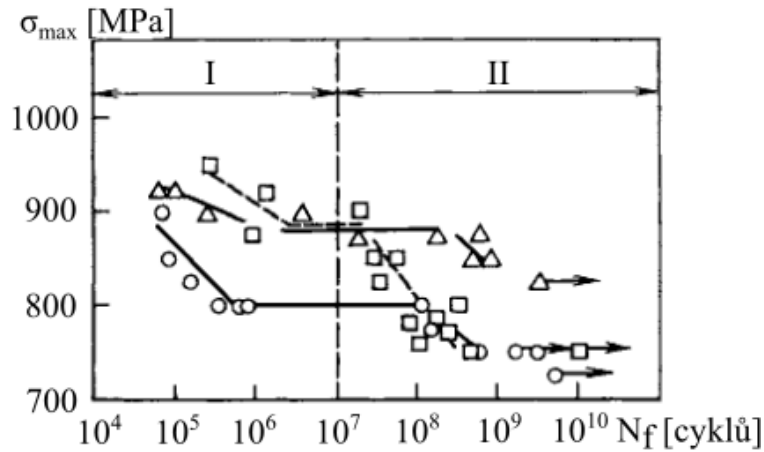
Pro posouzení únavy materiálu při harmonickém ustáleném symetrickém zatěžování ($\sigma_a = \text{konst.}$, $\sigma_m = 0$) slouží Wöhlerova křivka, což je závislost amplitudy napětí σ_a na počtu cyklů do lomu N_f . U ocelí má Wöhlerova křivka ve vysokocyklové oblasti asymptotický charakter s asymptotou σ_c , která se nazývá mez únavy. Aby však mohly být Wöhlerova křivka a mez únavy brány za materiálové charakteristiky, musí být zkušební vzorek bez vrubů, dokonale opracován a musí mít normalizované rozměry [5]. Na obr. 8 jsou schematicky vyznačeny Wöhlerovy křivky pro symetrický ($R = -1$) a míjivý ($R = 0$) cyklus.



Obr. 8 Křivky životnosti $\sigma_a - N_f$, upraveno z [3].

Jak je vidět z obr. 8, na Wöhlerově křivce můžeme vymezit několik oblastí, které ovšem nemají pevně definované hranice. Navíc mezi těmito oblastmi může být určitá diskontinuita, která souvisí např. se změnou řídicího poškozovacího mechanismu (bod B) nebo s přechodem od interkrystalického k transkrystalickému způsobu šíření trhliny (bod C) [6]. Wöhlerova křivka je vhodnou charakteristikou v oblasti vysokocyklové únavy při mikroplastických deformacích, kdy se prakticky nemění příčný průřez zkušebního vzorku.

V důsledku dlouhodobého provozu inženýrských konstrukcí (např. jaderných reaktorů) bylo zjištěno, že materiál může vykazovat dvě meze únavy (obr. 9). První v oblasti vysokocyklové únavy, kdy trhlina iniciuje z povrchu, a druhou v oblasti gigacyklové únavy, kdy trhlina iniciuje na nekovových vměstcích nebo na hranicích více zrn [7]. Gigacyklová únava je v poslední době velmi aktuálním tématem, i když experimentální realizace takovýchto únavových zkoušek může být časově i finančně velmi náročná.



Obr. 9 Wöhlerovy křivky vysoce pevných pružinových Cr-Si ocelí: \circ – 54SC6, \square – 55SC7, Δ – 55SC7TT2. Upraveno z [7].

S-N křivku v nízkocyklové a vysokocyklové oblasti lze popsat mocninnou závislostí navrženou Basquinem [3]:

$$\sigma_a = \sigma'_f (2N_f)^b, \quad (5)$$

kde σ'_f je součinitel únavové pevnosti a b je součinitel únavové životnosti.

3.2 Manson-Coffinova křivka

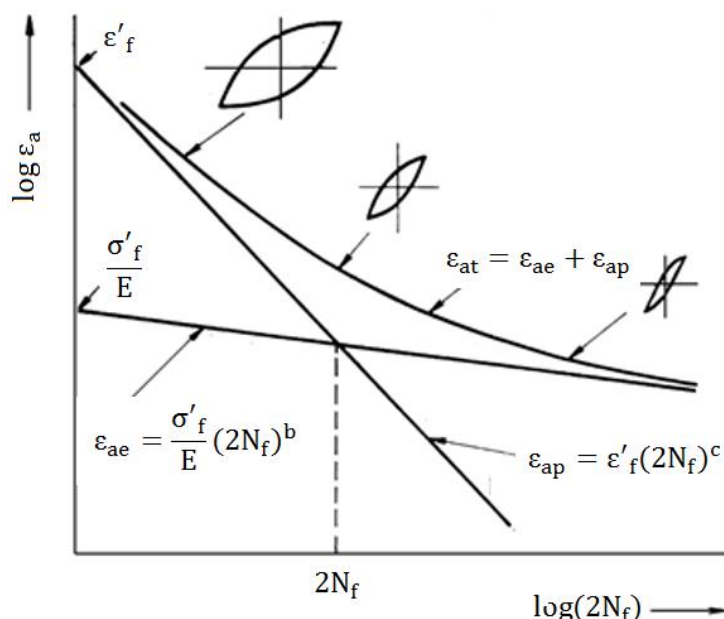
V oblasti nízkocyklové únavy není Wöhlerova křivka vhodnou materiálovou charakteristikou, neboť ve vzorku jsou již velké plastické deformace, což vede ke značným rozdílům mezi smluvním napětím σ_a a skutečným napětím ve vzorku. Dalším důvodem, proč nelze dostatečně přesně popsat oblast nízkocyklové únavy pomocí Wöhlerovy křivky, je její malý sklon v této oblasti [2]. Mnohem vhodnější charakteristikou je zde závislost amplitudy celkové poměrné deformace ε_{at} na počtu cyklů do lomu N_f (obr. 10). Při zatěžování konstantní amplitudou celkové deformace ($\varepsilon_{at} = \text{konst.}$) lze tuto závislost aproximovat vztahem [3]:

$$\varepsilon_{at} = \varepsilon_{ae} + \varepsilon_{ap} = \frac{\sigma_a}{E} + \varepsilon_{ap} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \varepsilon'_f (2N_f)^c, \quad (6)$$

kde ε_{ae} je amplituda elastické deformace, E je modul pružnosti v tahu, ε'_f je součinitel únavové tažnosti a c je součinitel únavové životnosti. Vztah vyjadřující závislost amplitudy plastické deformace ε_{ap} na počtu cyklů do lomu N_f

$$\varepsilon_{ap} = \varepsilon'_f (2N_f)^c \quad (7)$$

se nazývá Mansonův-Coffinův vztah [4].



Obr. 10 Schematická křivka životnosti $\varepsilon_{at} - N_f$, upraveno z [3].

3.3 Energetická kritéria

Většina energetických kritérií předpokládá, že k lomu dojde tehdy, když celková absorbovaná energie dosáhne kritické hodnoty. Celková energie W je rovna

$$W = \Delta W N_f, \quad (8)$$

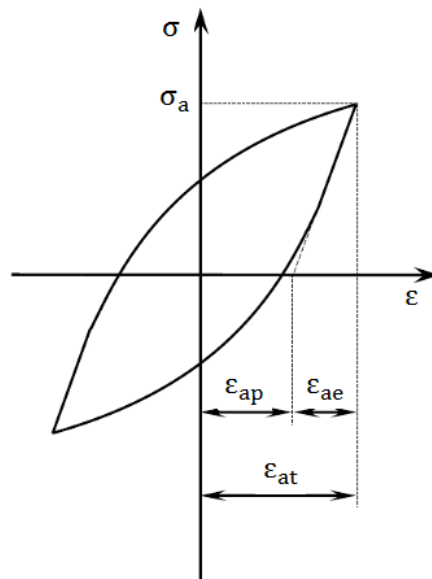
kde ΔW je plocha hysterezní smyčky, která vyjadřuje energii absorbovanou při jednom cyklu. Na obr. 11 je možné vidět schéma hysterezní smyčky. Plocha hysterezní smyčky je rovna deformační práci přeměněné za jeden cyklus na tepelnou energii. Celková energie do lomu je pak rovna součtu ploch hysterezních smyček v jednotlivých cyklech. Tuto energii (plochu) je možné vyjádřit vztahem:

$$\Delta W = \iint d\sigma d\varepsilon_p = \oint \sigma(\varepsilon_p) d\varepsilon_p. \quad (9)$$

Energii absorbovanou při jednom cyklu je možné vyjádřit vztahem [2]:

$$\Delta W = 4\sigma'_f \varepsilon'_f \frac{1 - n''}{1 + n''} (2N_f)^{b+c}, \quad (10)$$

kde n'' je exponent křivky hysterezní smyčky.



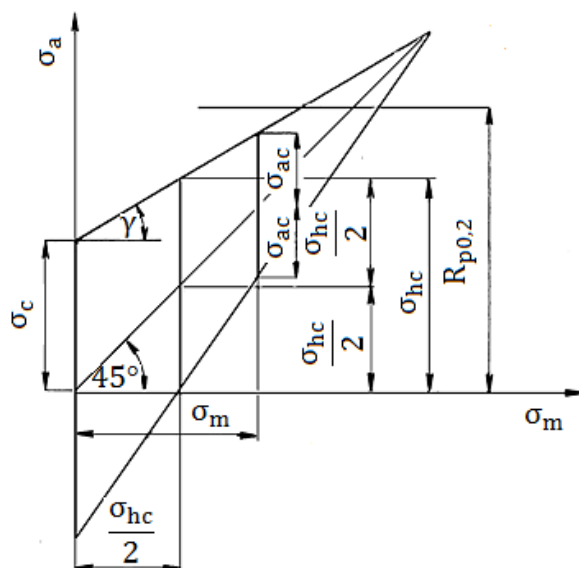
Obr. 11 Schéma hysterezní smyčky, upraveno z [3].

Zprvu se předpokládalo, že celková absorbovaná energie je materiálovou charakteristikou, později se však ukázalo, že tomu tak není. Ze vztahu (8) je zřejmé, že celková energie W vzrůstá se zvyšujícím se počtem cyklů do lomu. Vztahy (8) a (10) je možné použít pouze v oblasti nízkocyklové únavy, protože v oblasti vysokocyklové únavy je hysterezní smyčka vzhledem k nepatrným plastickým deformacím velmi úzká a s tím souvisí také vysoké požadavky na citlivost a přesnost experimentálních metod při vyšetřování absorbované energie [4].

3.4 Faktory ovlivňující únavovou životnost

3.4.1 Vliv středního napětí

Nenulové střední napětí výrazně ovlivňuje rychlost únavového poškození. Tahové střední napětí ($\sigma_m > 0$) má tendenci snižovat hodnotu meze únavy pro daný počet cyklů do porušení, naopak tlakové střední napětí ($\sigma_m < 0$) může hodnotu meze únavy zvyšovat. Vliv středního napětí je menší pro nízkocyklovou oblast než pro oblast vysokocyklovou [3]. Pro vyjádření vlivu nenulového středního napětí na životnost a mez únavy při zatěžování konstantní amplitudou napětí je nejprve potřeba experimentálně zjistit křivky životnosti $\sigma_a - N_f$ pro různá střední napětí. Tyto křivky jsou následně podkladem pro konstrukci úplného Smithova diagramu. Smithův diagram lze konstruovat rovněž z meze únavy σ_c při symetrickém cyklu a z mechanických charakteristik zjištěných při statické zkoušce (obr. 12) [2].



Obr. 12 Ukázka konstrukce Smithova diagramu pro mez únavy, kde σ_{ac} je amplituda napětí pro mez únavy a σ_{hc} je horní napětí pro mez únavy . Upraveno z [3].

Jiný způsob vyjádření změny meze únavy vlivem nenulového středního napětí je proložení experimentálních dat pro různé životnosti jedinou křivkou. Používají se zejména modifikovaná Goodmanova přímka

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_c} + \frac{\sigma_m}{R_m} = 1, \quad (11)$$

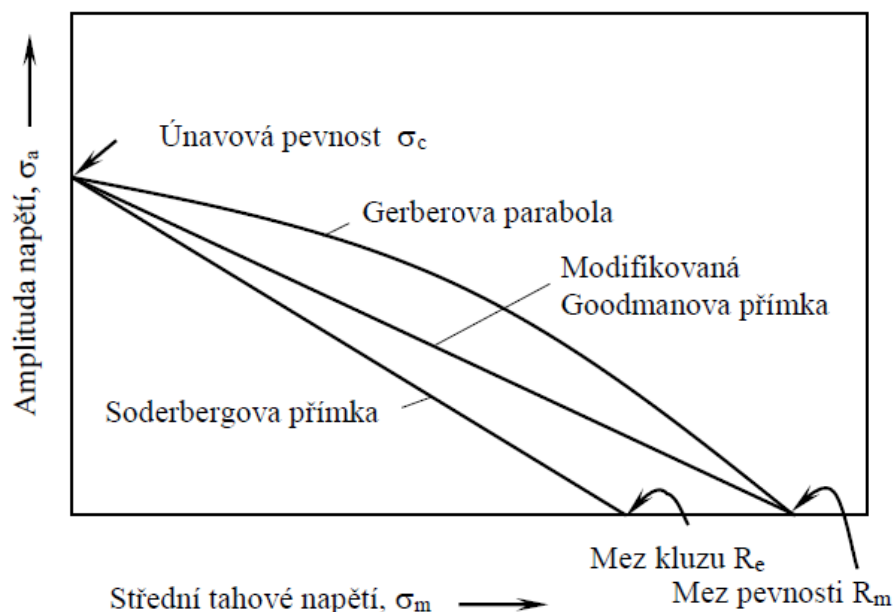
Gerberova parabola

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_c} + \left(\frac{\sigma_m}{R_m} \right)^2 = 1, \quad (12)$$

a Soderbergova přímka

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_c} + \frac{\sigma_m}{R_e} = 1. \quad (13)$$

Všechny tyto závislosti je možné schematicky zakreslit do Haighova diagramu (obr. 13), což je graf závislosti amplitudy napětí σ_a na středním napětí σ_m [3].



Obr. 13 Schematicky znázorněný Haighův diagram, upraveno z [3].

3.4.2 Jiné vlivy

Vliv velikosti tělesa

Experimentálně bylo zjištěno (např. [8]), že pokud vzrůstá velikost tělesa, tak klesá jeho mez únavy, tedy i únavová životnost [9]. Tento fakt je možné vysvětlit tím, že u větších těles je větší pravděpodobnost iniciace trhliny v povrchové vrstvě v důsledku vyšší pravděpodobnosti přítomnosti defektů a větších povrchových nerovností [2].

Vliv vrubu

Dalším faktorem, který výrazně ovlivňuje únavovou životnost je přítomnost vrubu. V místě vrubu vzniká prostorová napjatost a dochází zde ke koncentraci napětí. Extrémní hodnoty napětí je dosaženo v kořeni vrubu, kde následně může dojít k iniciaci únavové trhliny [10].

Ostatní vlivy

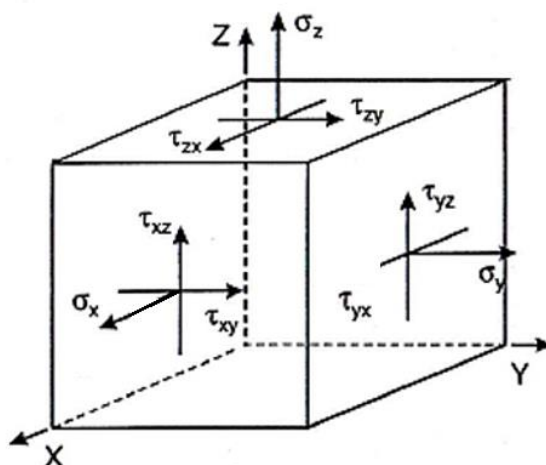
Mezi další vlivy, které mohou výrazně ovlivnit únavovou životnost patří zejména jakost povrchu, teplota a korozní prostředí [11].

4 Vícesé namáhání

Napjatost v bodě tělesa můžeme jednoznačně matematicky popsat tenzorem napětí T_σ

$$T_\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix}, \quad (14)$$

kde $\tau_{ij} = \tau_{ji}$ pro $i \neq j$ ($i, j = x, y, z$). Tento tenzor je symetrickým tenzorem druhého řádu se složkami $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ představujícími normálová napětí a $\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$ představujícími smyková napětí. Na obr. 14 je možné vidět jednotlivá napětí, která působí v elementárním prvku [12].



Obr. 14 Napětí působící v elementárním prvku tělesa, upraveno z [12].

Základní vlastností tenzoru napětí je existence hlavního souřadnicového systému, tedy pro libovolný typ zatěžování lze nalézt takovou polohu elementárního prvku, kdy budou nenulová pouze normálová napětí. Tato napětí jsou nazývána hlavní napětí σ_i (kde $i = 1, 2, 3$) a směry ve kterých působí hlavní směry. Hlavní napětí určíme řešením charakteristické rovnice [9]:

$$\sigma_i^3 - I_1 \sigma_i^2 + I_2 \sigma_i - I_3 = 0, \quad (15)$$

kde I_1, I_2, I_3 jsou invarianty tenzoru napětí, které lze vyjádřit pomocí následujících vztahů :

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z, \quad (16)$$

$$I_2 = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{yz} & \sigma_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_z & \tau_{xz} \\ \tau_{xz} & \sigma_x \end{vmatrix}, \quad (17)$$

$$I_3 = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{vmatrix}. \quad (18)$$

Hlavní směry nezávisí na volbě souřadnicového systému, tedy invarianty tenzoru napětí musí být ve všech natočených souřadnicových systémech v bodě tělesa stejné.

Každý tenzor napětí T_σ můžeme rozložit na tzv. nerovnoměrný tenzor napětí T_D (deviátor napětí) který souvisí se změnou tvaru elementu a rovnoměrný tenzor napětí T_V (kulový tenzor), který souvisí se změnou objemu.

$$T_\sigma = T_D + T_V = \begin{bmatrix} \sigma_x - \sigma_0 & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y - \sigma_0 & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z - \sigma_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma_0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_0 \end{bmatrix}. \quad (19)$$

kde σ_0 je rovnoměrná složka napětí daná vztahem

$$\sigma_0 = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3}. \quad (20)$$

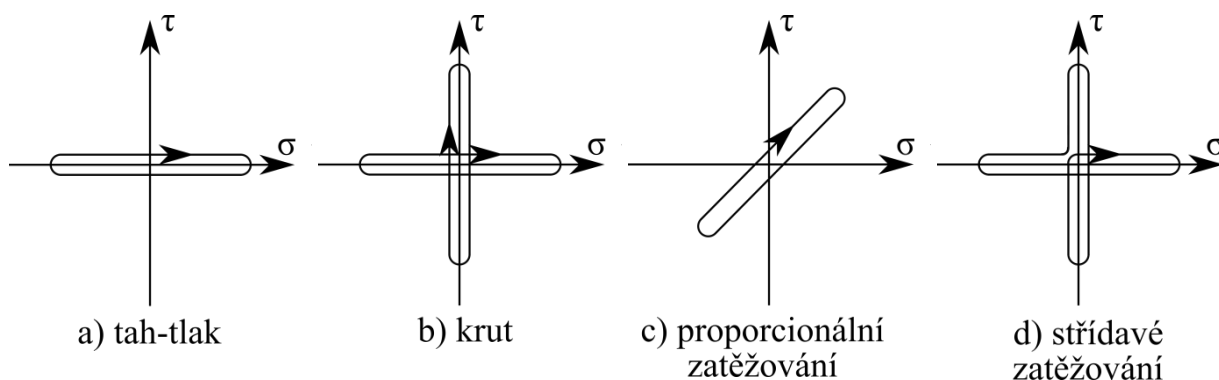
Oktaedrická rovina je rovina, která svírá s hlavními osami stejné úhly. Smykové napětí v oktaedrické rovině lze vyjádřit pomocí vztahu

$$\tau_0 = \frac{\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2}}{3}, \quad (21)$$

a normálové napětí v oktaedrické rovině, které se nazývá hydrostatické napětí σ_h , lze vyjádřit vztahem [10]

$$\sigma_h = \frac{(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)}{3}. \quad (22)$$

Pokud je zatěžování víceosé, lze únavový cyklus charakterizovat pomocí zatěžovací cesty, což je uzavřená trajektorie v napět'ovém (deformačním) prostoru. Pro případ zatěžování symetrickým tahem - tlakem, symetrickým krutem, proporcionálního a střídavého zatěžování kombinací tahu – tlaku a krutu jsou zatěžovací trajektorie znázorněny na obr. 15 [13].



Obr. 15 Trajektorie zatěžování při kombinovaném axiálně-torzním namáhání, upraveno z [13].

5 Multiaxiální kritéria

Většina strojních součástí je v praxi zatěžována kombinovaným namáháním, např. rotační součásti jsou namáhány kombinací ohybu a krutu nebo tahu – tlaku a krutu, tlakové nádoby jsou namáhány kombinací tlaku a ohybu, atd.. Pro odhad životnosti tedy nemůžeme použít jednoosá kritéria, jako je Manson-Coffinova křivka pro nízkocyklovou únavu a Wöhlerova křivka pro vysokocyklovou únavu. Je nutné používat multiaxiální kritéria, která převádí víceosou napjatost na ekvivalentní jednoosou napjatost. Tato kritéria se obecně dělí do tří skupin podle toho, jaké koncepce využívají při určení životnosti [12]. Jedná se o:

- napět'ová kritéria
- deformační kritéria
- energetická kritéria

Vzhledem k tomu, že předmětem zájmu jsou v této práci napět'ová kritéria, je v dalším textu z deformačních a energetických kritérií zmíněno vždy pouze jedno kritérium.

5.1 Napět'ová kritéria

5.1.1 Kritéria založená na empirických vztazích

Tato kritéria vycházejí z předpokladu podobnosti mezi cyklickou a statickou pevností a uvádějí do vzájemného vztahu výsledky únavových zkoušek s mezními podmínkami odvozenými pro statické zatěžování.

Gough-Pollardovo kritérium

Gough patřil mezi první průkopníky v oblasti víceosé únavy, kteří pracovali s rozsáhlými soubory experimentů. Kritérium, které vzhledem k využití mezní podmínky měrné energie napjatosti na změnu tvaru (HMH hypotézy) platí zejména pro tvárné materiály. Nevýhodou tohoto kritéria je potom jeho limitovaná použitelnost omezená na napjatostní vztahy, ze kterých bylo odvozeno (kombinace ohybu a krutu) nebo na napjatostní stavy jim podobné (kombinace tahu – tlaku a krutu). Gough-Pollardovo kritérium je definováno následovně [12]:

$$\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_c}\right)^2 + \left(\frac{\tau_a}{\tau_c}\right)^2 = 1, \quad (23)$$

kde σ_a , τ_a jsou amplitudy napětí v tahu – tlaku a v krutu a σ_c , τ_c jsou meze únavy, resp. časované pevnosti, v tahu a v krutu. Pro křehké materiály a součásti s vruby (koncentrátory napětí) pak lépe vyhovuje vztah

$$\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_c}\right)^2 \left(\frac{\sigma_c}{\tau_c} - 1\right) + \frac{\sigma_a}{\sigma_c} \left(2 - \frac{\sigma_c}{\tau_c}\right) + \left(\frac{\tau_a}{\tau_c}\right)^2 = 1. \quad (24)$$

Vztahy (23) a (24) reprezentují v prvním kvadrantu grafu $\sigma_a - \tau_a$ eliptické oblouky.

Další empirická kritéria

Mezi další empirická kritéria, lze řadit kritérium maximálního normálového napětí, kritérium maximálního smykového napětí a kritérium oktaedrického smykového napětí. Tato kritéria mají tu výhodu, že pro vyhodnocení únavového chování za jakékoliv kombinace multiaxiálního zatížení postačují výsledky jednoduchých jednoosých zkoušek. Teorie maximálního normálového napětí, aplikovaná na cyklické zatížení, může být vyjádřena jako

$$\Delta\sigma_{\text{ekv}} = \Delta\sigma_1. \quad (25)$$

Teorie maximálního smykového napětí může být vyjádřena jako

$$\Delta\tau = \frac{\Delta\sigma_{\text{ekv}}}{2} = \frac{\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3}{2}. \quad (26)$$

Nejpoužívanější je však teorie oktaedrického smykového napětí, která je někdy nazývána jako HMM hypotéza [12]. Ta se dá vyjádřit jako

$$\Delta\sigma_{\text{ekv}} = \frac{1}{\sqrt{2}} [(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_2)^2 + (\Delta\sigma_2 - \Delta\sigma_3)^2 + (\Delta\sigma_3 - \Delta\sigma_1)^2]^{\frac{1}{2}}, \quad (27)$$

kde $\Delta\sigma_{\text{ekv}}$ je rozkmit ekvivalentního napětí, $\Delta\tau$ je rozkmit maximálního smykového napětí a $\Delta\sigma_1$, $\Delta\sigma_2$, $\Delta\sigma_3$ je rozkmit prvního, druhé a třetího hlavního napětí, přičemž platí $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ [10]. Rovnice (25), (26) a (27) jsou však platné pouze pro proporcionální nebo synchronní zatěžování.

5.1.2 Kritéria vycházející z kritické roviny

Tato kritéria jsou založena na nalezení kritické roviny, ve které působí maximální smykové napětí a tedy v ní iniciuje trhlinka.

Findleyho kritérium

Podle Findleyho je kritická rovina definována jako maximální hodnota součtu amplitudy smykového napětí τ_a a k -násobku normálového σ_n . Kritérium se běžně uvádí ve tvaru [12]:

$$(\tau_a + k\sigma_n)_{\text{max}} = f, \quad (28)$$

kde σ_n je normálové napětí a k , f jsou materiálové charakteristiky. Konstanta k se určuje experimentálně a pro tvárné materiály má hodnotu 0,2 – 0,3. Konstanta f představuje úhel natočení kritické roviny ve stupních. Při namáhání symetrickým krutem lze psát rovnici (28) ve tvaru:

$$\tau_a \sqrt{1 + k^2} = f. \quad (29)$$

Při namáhání symetrickým ohybem (nebo tahem – tlakem) lze psát následující vztah:

$$\sqrt{(\sigma_a)^2 + k^2(\sigma_{\text{max}})^2} + k\sigma_{\text{max}} = 2f, \quad (30)$$

kde σ_{max} je maximální napětí.

Matakovo kritérium

V případě Matakova kritéria je kritická rovina definována jako rovina, ve které působí amplituda maximálního smykového napětí. Kritérium je zapsáno jako

$$\tau_{\text{max},a} + \kappa\sigma_{n,\text{max}} \leq \lambda, \quad (31)$$

kde $\tau_{max,a}$ je amplituda maximálního smykového napětí, $\sigma_{n,max}$ je maximální normálové napětí v kritické rovině a κ, λ jsou materiálové parametry. Materiálové charakteristiky κ, λ jsou pro kombinaci symetrického krutu ($\tau_{max,a} = \tau_c, \sigma_{n,max} = 0$) a symetrického tahu – tlaku ($\tau_{max,a} = \sigma_c/2, \sigma_{n,max} = \sigma_c/2$) následující:

$$\kappa = (2\tau_c/\sigma_c) - 1, \quad (32)$$

$$\lambda = \tau_c. \quad (33)$$

Dosazením vztahů (32) a (33) do (31) můžeme vztah upravit do následující podoby [14]:

$$\tau_{max,a} + \left[\left(\frac{2\tau_c}{\sigma_c} \right) - 1 \right] \sigma_{n,max} \leq \tau_c. \quad (34)$$

V případě že posuzujeme životnost pro kombinované namáhání symetrického tahu – tlaku a symetrického krutu, jsou výsledky stejné jako při použití Gough-Pollardova kritéria pro křehké materiály (24).

McDiarmidovo kritérium

McDiarmid navrhnul kritérium založené na amplitudě smykového napětí a maximálním normálové napětí v kritické rovině. Jeho vztah zohledňuje i typ iniciace trhliny takto:

$$\frac{\tau_{max,a}}{\tau_c^{A,B}} + \frac{\sigma_{n,max}}{2R_m} \leq 1, \quad (35)$$

kde $\tau_c^{A,B}$ jsou meze únavy v krutu v závislosti na způsobu šíření trhliny. Příklad A je takový, že se krátká trhlina šíří podél volného povrchu vzorku a v případě B se krátká trhlina šíří z volného povrchu do průřezu vzorku [12]. Pokud neznáme, který z případů iniciace nastane, je nutné vyšetřit obě varianty. Jak je uvedeno v [15], případ A nastane, když je zatížení krutové nebo kombinace ohybu a krutu. Příklad B je zase typický pro tahové zatížení. V případě kombinace tahu – tlaku a krutu nastane případ A [13].

Papadopoulosovo kritérium

Papadopoulos odvodil pro kombinaci ohybu a krutu s fázově posunutými složkami vztah [16]:

$$\sqrt{\frac{\sigma_a^2}{3} + \tau_a^2} + \alpha \frac{\sigma_a + \sigma_m}{3} \leq \beta, \quad (36)$$

kde α, β jsou materiálové charakteristiky. Tento vztah lze rovněž použít i pro kombinaci symetrického tahu – tlaku a krutu. Při odvozování tohoto vztahu Papadopoulos uvažuje fázový rozdíl φ mezi normálovým σ a smykovým napětím τ . Tento rozdíl, který může nabývat hodnot od 0 do 2π , však ze vztahu při odvozování vymizí. Pro případ symetrického tahu – tlaku ($\sigma_a = \sigma_c, \sigma_m = 0, \tau_a = 0$) a symetrického krutu ($\sigma_a = 0, \sigma_m = 0, \tau_a = \tau_c$) potom dostaneme:

$$\alpha = \frac{3\tau_c}{\sigma_c} - \sqrt{3}, \quad (37)$$

$$\beta = \tau_c. \quad (38)$$

Po dosazení vztahů (37) a (38) do (36) dostaneme:

$$\sqrt{\frac{\sigma_a^2}{3} + \tau_a^2} + \left(\frac{3\tau_c}{\sigma_c} - \sqrt{3}\right) \frac{\sigma_a + \sigma_m}{3} \leq \tau_c. \quad (39)$$

V případě že posuzujeme životnost pro kombinované namáhání symetrického tahu – tlaku a symetrického krutu, jsou výsledky stejné jako při použití Crosslandova kritéria (45) [13].

5.1.3 Kritéria založená na napěťových invariantech

Tato kritéria jsou zpravidla tvořena druhým invariantem tenzoru deviátoru napětí, který souvisí se změnou tvaru a hydrostatickým napětím, tedy normálovým napětím v oktaedrické rovině.

Sinesovo kritérium

Sinesovo kritérium je definováno následujícím vztahem:

$$\sqrt{J_{2,a}} + \kappa \sigma_{h,m} \leq \lambda, \quad (40)$$

kde $J_{2,a}$ je amplituda druhého invariantu deviátoru tenzoru napětí, $\sigma_{h,m}$ je střední hydrostatické napětí a κ, λ jsou materiálové charakteristiky. Pro kombinaci symetrického krutu ($\sqrt{J_{2,a}} = \tau_c$, $\sigma_{h,m} = 0$) a symetrického tahu – tlaku ($\sqrt{J_{2,a}} = \sigma_c/\sqrt{3}$, $\sigma_{h,m} = 0$) dostaneme:

$$\frac{\sigma_c}{\tau_c} = \sqrt{3}. \quad (41)$$

Tato předpověď konstantního poměru mezi mezí únavy v tahu a krutu je však v rozporu se skutečností [13].

Crosslandovo kritérium

Crosslandovo kritérium se od Sinesova liší pouze způsobem zahrnutí vlivu hydrostatického napětí. Podle Crosslanda se hydrostatické napětí musí projevit svou maximální hodnotou, nikoliv střední:

$$\sqrt{J_{2,a}} + \kappa \sigma_{h,max} \leq \lambda. \quad (42)$$

Pro kombinaci symetrického krutu ($\sqrt{J_{2,a}} = \tau_c$, $\sigma_{h,max} = 0$) a symetrického tahu – tlaku ($\sqrt{J_{2,a}} = \sigma_c/\sqrt{3}$, $\sigma_{h,max} = \sigma_c/3$) dostaneme:

$$\kappa = \frac{3\tau_c}{\sigma_c} - \sqrt{3}, \quad (43)$$

$$\lambda = \tau_c. \quad (44)$$

Dosazením vztahů (43) a (44) do (42) můžeme vztah upravit do následující podoby [13]:

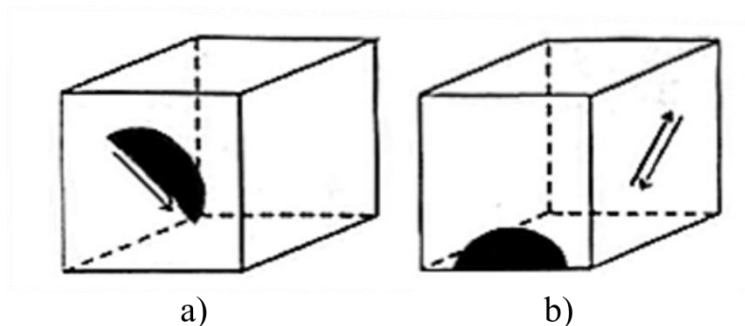
$$\sqrt{J_{2,a}} + \left(\frac{3\tau_c}{\sigma_c} - \sqrt{3}\right) \sigma_{h,max} \leq \tau_c. \quad (45)$$

5.2 Deformační kritéria

Deformační kritéria jsou založená obvykle na kritické rovině a jsou tvořeny parametry, které mají rozhodující vliv na šíření trhliny. Typickým zástupcem této skupiny multiaxiálních kritérií je Brown-Millerovo kritérium.

Brown-Millerovo kritérium

Stejně jako McDiarmid i Brown a Miller ve svém kritériu rozlišili typ šíření trhliny. Typ šíření trhliny A (obr. 16a) je typický pro namáhání krutem. Smykové napětí působí na volném povrchu ve směru rovnoběžném k délce trhliny. Typ B (obr. 16b) je typ typický pro namáhání tahem – tlakem, kde smykové napětí způsobí že trhlina roste do hloubky pod úhlem 45° k povrchu.



Obr. 16 Typy šíření trhlin, upraveno z [12].

Typ A:
$$\left(\frac{\Delta\gamma}{g}\right)^j + \left(\frac{\varepsilon_n}{h}\right)^j = 1. \quad (46)$$

Typ B:
$$\frac{\Delta\gamma}{2} = \text{konst.}, \quad (47)$$

kde g , h , j jsou materiálové konstanty, $\Delta\gamma$ je rozkmit úhlového přetvoření a ε_n je délkové přetvoření [12].

Později Kandil, Brown a Miller navrhli zjednodušené kritérium pro typ šíření trhliny A následovně:

$$\Delta\hat{\gamma} = (\Delta\gamma_{\max}^\alpha + S\Delta\varepsilon_n^\alpha)^{\frac{1}{\alpha}}, \quad (48)$$

kde $\Delta\hat{\gamma}$ je rozkmit ekvivalentního úhlového přetvoření, S , α jsou materiálové parametry, $\Delta\varepsilon_n$ je rozkmit délkového přetvoření v rovině s maximálním rozkmitem úhlového přetvoření $\Delta\gamma_{\max}$ [13]. Z Brown-Millerova kritéria vycházeli i jiní autoři, např. Wang a Brown [17].

5.3 Energetická kritéria

Tato kritéria jsou obvykle spojeny s nízkocyklovou únavou a jsou založeny na předpokladu, že o odhadu životnosti rozhoduje celková deformační práce akumulovaná do okamžiku lomu.

Morrowovo kritérium

Morrow provedl podrobné zkoumání tvaru hysterezní smyčky a určil plastickou práci během jednoho cyklu ΔW_p jako funkci rozkmitu napětí $\Delta\sigma$ a rozkmitu plastické deformace $\Delta\varepsilon_p$ podle následujícího vztahu [12]:

$$\Delta W_p = \Delta\sigma\Delta\varepsilon_p \left(\frac{1 - n'}{1 + n'} \right), \quad (49)$$

kde $\Delta\varepsilon_p$ je rozkmit délkového plastického přetvoření a n' je exponent cyklického zpevnění. Vztah mezi plastickou prací a únavovou životností pak definoval následovně:

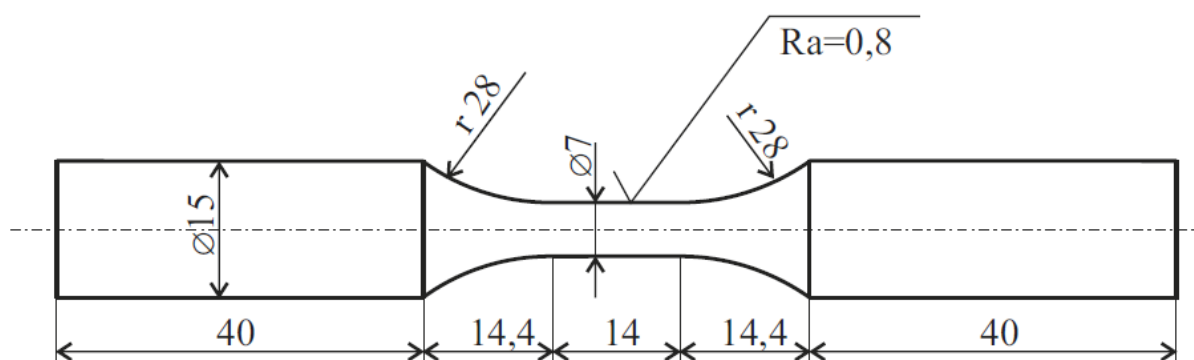
$$\Delta W_p = 4\sigma'_f \varepsilon'_f \frac{c - b}{c + b} (2N_f)^{b+c}, \quad (50)$$

kde b, c jsou materiálové charakteristiky. Z takto definovaného kritéria vyplývá, že celková energie akumulovaná do lomu není materiálová konstanta, ale s počtem cyklů se její hodnota zvyšuje [18].

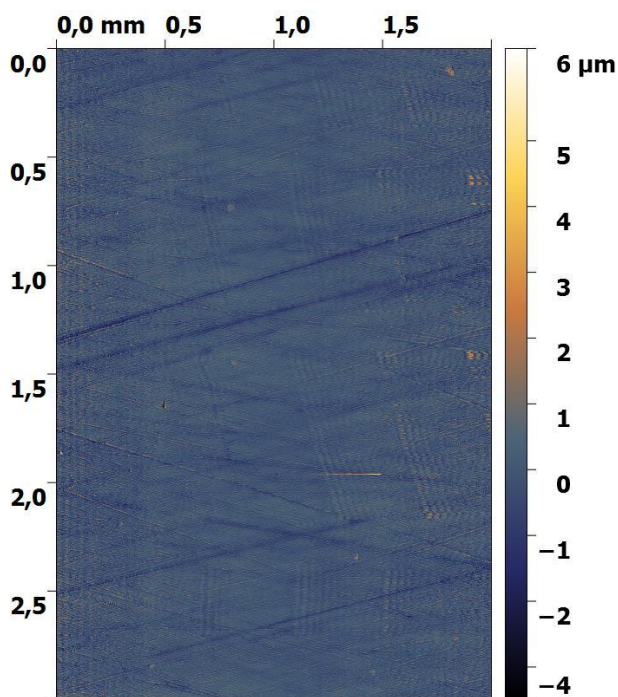
6 Popis experimentu

6.1 Zkušební vzorek

Při únavových zkouškách byl použit válcový zkušební vzorek, jehož geometrie s vyznačenými rozměry je zobrazena na obr. 17. Funkční část zkušební tyče měla průměr 7 mm s předepsanou průměrnou aritmetickou úchylkou povrchu $R_a = 0,8 \mu\text{m}$. Topografie povrchu byla změřena pomocí optického profilometru MicroProf 100 (Fries Research & Technology, GmbH). Studovaná oblast o velikosti $2 \times 3 \text{ mm}$, po odečtení jmenovitého tvaru tělesa, je zobrazena na obr. 18. Z obrázku jsou patrné mělké stopy po obrábění a otlaky, které mohou sloužit jako přednostní iniciační místa. Průměrná aritmetická úchylka studované oblasti je $R_a \approx 0,4 \mu\text{m}$ a přes drobné mikronerovnosti je možné předpokládat hladkost zkušební tyče.



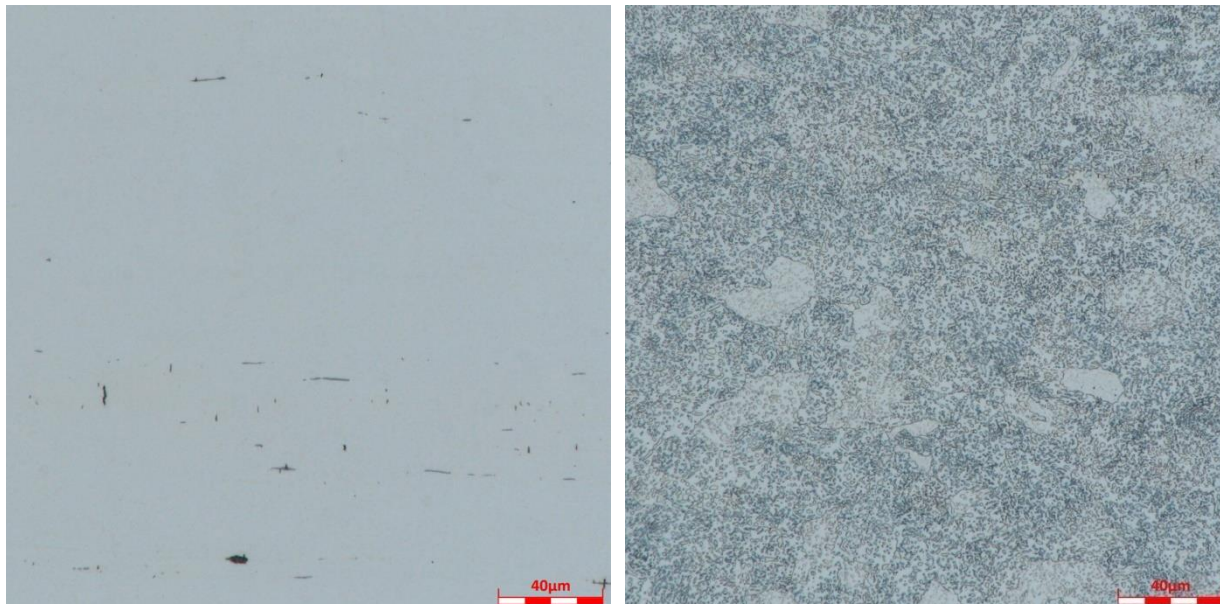
Obr. 17 Výkres zkušebního vzorku.



Obr. 18 Topografie povrchu pracovní části zkušebního vzorku.

Materiálem zkušebního vzorku byla nástrojová ocel 1.2210 (115CrV3) ve stavu po žitání na měkko, která má předepsanou tvrdost HB 220, a která se používá např. pro výrobu

spirálovitých vrtáků, závitníků, výstružníků a frézek [19]. Tahovou zkouškou byly určeny základní mechanické charakteristiky materiálu takto: mez pevnosti $R_m = 674$ MPa, smluvní mez kluzu $R_{p0,2} = 540$ MPa a modul pružnosti v tahu $E = 185,2$ GPa [20]. V materiálu zkušební vzorku by neměly být větší vměstky, což bylo ověřeno metalografickým rozbořem.



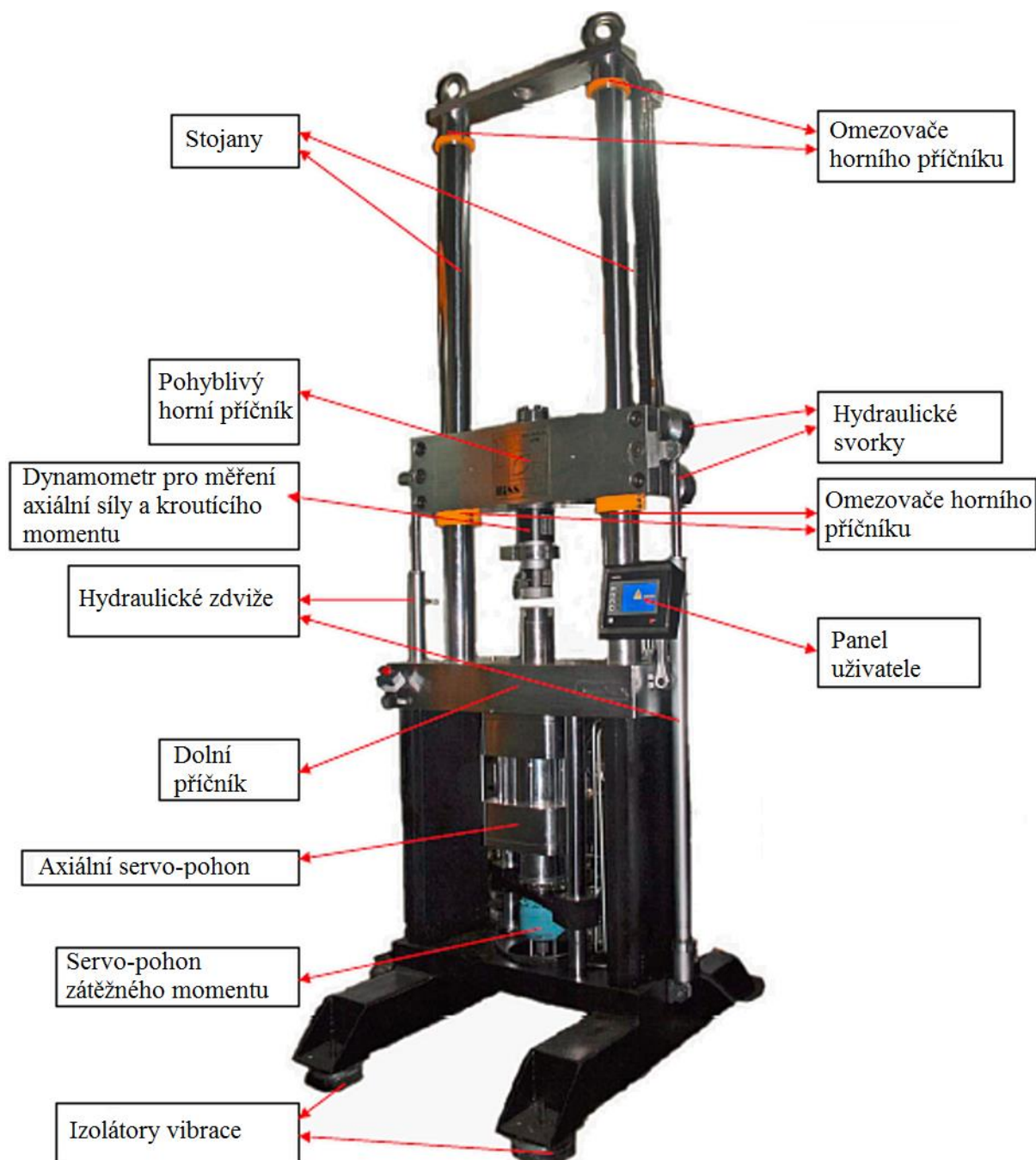
Obr. 19 Struktura materiálu: vlevo nenaleptaný stav, vpravo naleptaný stav (zvětšení 1200×).

Na obr. 19 je vidět struktura materiálu zkušební vzorku, vlevo před naleptáním a vpravo po naleptání. Z nenaleptaného stavu je vidět, že materiál obsahuje relativně malé množství vměstků. Místa jsou patrné tvářené sulfidy ("černé proužky") a netvářené trhlínovorné oxidy ("černé tečky"). Po naleptání je vidět čistě perlitickou strukturu tvořenou globulárním perlitem.

6.2 Zkušební zařízení

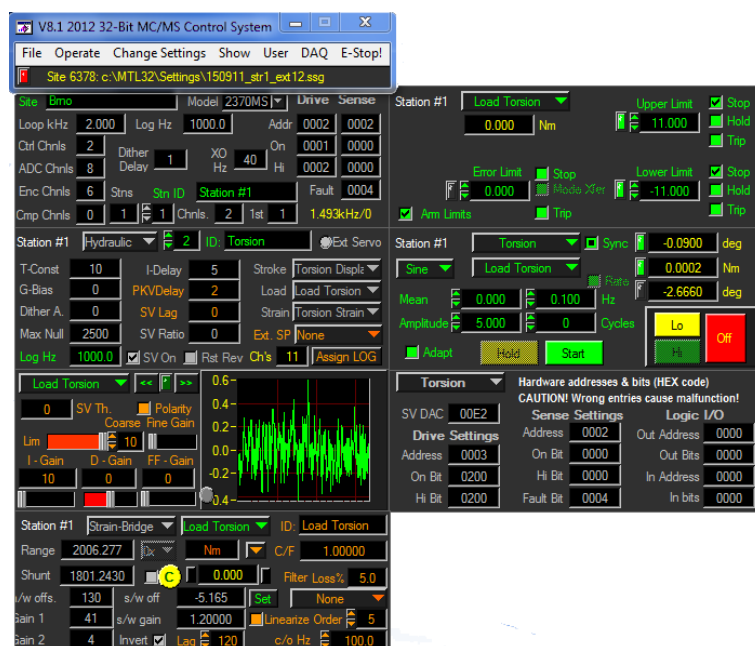
Při experimentu byl použit axiálně-krutový servo-hydraulický testovací systém od společnosti BiSS, pomocí kterého je možné realizovat axiální a torzní zatížení. Tento zkušební stroj má širokou škálu uplatnění. Servohydraulický pohon a hydraulická čerpací stanice s výkonem 11 kW umožňují velkou rozmanitost zkoušky v širokém rozsahu sil (až 100 kN se zdvihem tyče ± 80 mm) a momentů (až 1000 Nm s rozsahem úhlového posunu $\pm 50^\circ$). Na obr. 20 je zobrazen silový rám s vyznačením hlavních částí.

Silový rám má dva rovnoběžné stojany, které mají vysokou tvrdost a jsou odolné proti zvýšené vlhkosti a změnám teploty. Stojany jsou namontovány na dolním příčniku a jsou vybaveny horním a dolním omezovačem za účelem zabránění kritického pohybu horního příčniku. Dolní příčník je namontován na dvou podélných platformách s izolátory vibrací. Ve spodní části stroje se nachází servo-hydraulické komponenty, servo-regulátor 2370MS a elektrická zařízení. K dolnímu příčniku je připevněn ovládací panel a dále je zde umístěno tlačítko nouzového zastavení. Horní příčník se pohybuje pomocí hydraulických zdvižů, které jsou řízené pomocí ovládacího panelu. Na horním příčniku jsou namontovány hydraulické svorky a dynamometr pro měření axiálních sil a krutících momentů. Zkušební stroj je doplněn celou řadou příslušenství, především teplotní komorou pro zkoušky za zvýšené teploty, příslušenstvím pro zkoušky 3-bodového a 4-bodového ohybu, extenzometry a COD snímačem pro měření rychlosti šíření trhliny [21].



Obr. 20 Zkušební stroj [21].

K ovládání stroje slouží software MTL 32 (obr. 21). K nastavení zkoušek slouží softwarová aplikace Test Builder (obr. 22), která je provázána se základním ovládacím softwarem MTL 32. Tato aplikace umožňuje zaznamenávat data zkoušky a následně je převádět do formátu MS Excel [22].



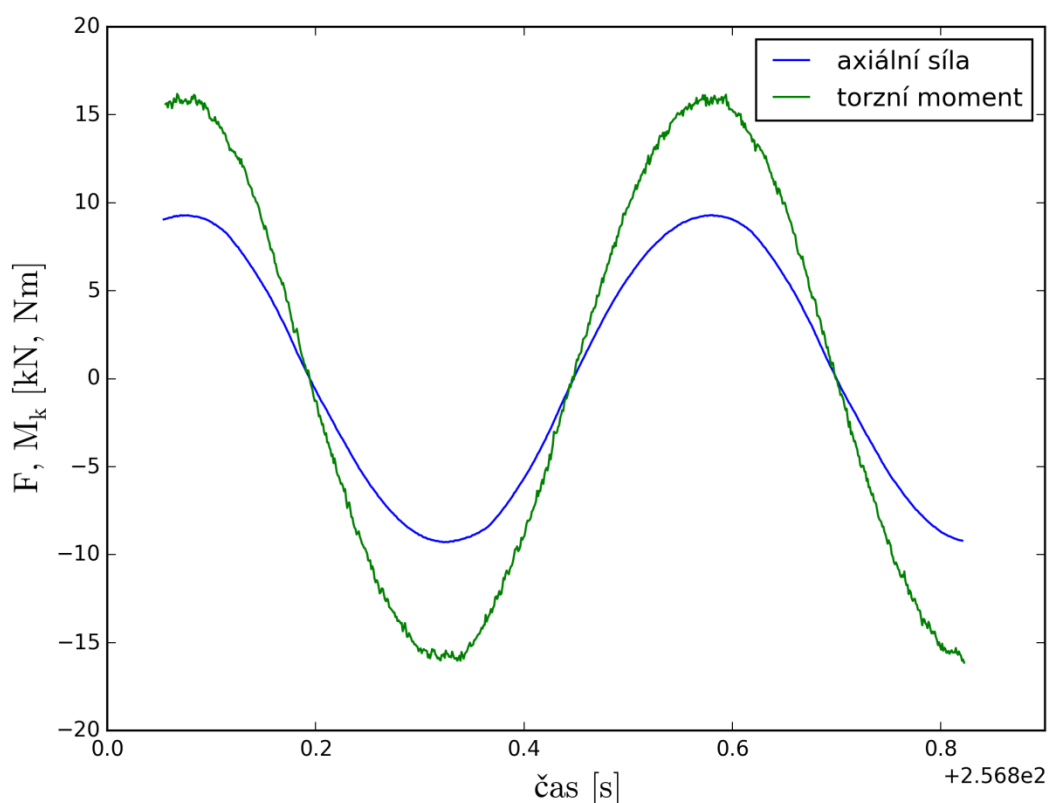
Obr. 21 Software MTL 32.



Obr. 22 Software Test Builder.

6.3 Nastavení a průběh experimentu

Nastavení únavových zkoušek probíhalo v softwaru MTL 32 a aplikaci Test Builder. Vzorek byl nejprve upnut v samosvorných čelistech, byly nastaveny parametry experimentu a nakonec proběhla únavová zkouška, během které byla zaznamenána data.



Obr. 23 Ukázka časového průběhu axiální síly F a torzního momentu M_k při zkoušce vzorku č. 37.

Na obr. 23 je vidět ukázka časového průběhu zatěžující síly F a torzního momentu M_k (axiálního a torzního kanálu) při synchronním kombinovaném namáhání vzorku č. 37. Je vidět, že průběh axiální síly je dokonale harmonický, zatímco průběh krouťícího momentu vykazuje nepravidelnosti, které souvisí s vyšší náročností na řízení torzního kanálu. Výsledky únavových zkoušek mohou být ovlivněny tím, s jakou přesností je schopen experimentální stroj dosahovat zadaných hodnot amplitudy zatěžující síly a momentu. V případě únavové zkoušky na obr. 23, kde byly požadované hodnoty rovny $F_a = 9,29$ kN a $M_{k,a} = 16,27$ Nm, byly pro maximální a minimální hodnoty zjištěny údaje shrnuté v tab. 1.

Tab. 1 Průměrné hodnoty a směrodatné odchylky maximálních a minimálních hodnot zátěžné síly F a krouťícího momentu M_k (zjištěno z 15800 cyklů).

Veličina	Zjištěná hodnota
F_{\max} [kN]	$9,285 \pm 0,010$
F_{\min} [kN]	$-9,285 \pm 0,010$
$M_{k,\max}$ [Nm]	$16,22 \pm 0,10$
$M_{k,\min}$ [Nm]	$-16,22 \pm 0,10$

Podrobnější studium souboru dat ukazuje, že veličiny vykazují normální rozdělení kolem průměrné hodnoty, která se téměř shoduje se zadanou hodnotou. Vzhledem k mikromechanismu iniciace únavové trhliny a relativně vysokému počtu cyklů příslušejícímu této etapě, lze předpokládat, že pozorované odchylky od požadovaných hodnot nijak neovlivňují celkovou únavovou životnost.

7 Výsledky únavových zkoušek při axiálním a torzním namáhání

Vztahy použité v této kapitole jsou čerpány, pokud není uvedeno jinak, z norem ASTM E 739-91 [23], případně z ČSN ISO 12107 [24] nebo její přílohy, které se zabývají jednoosými únavovými zkouškami a statistickým zpracováním výsledků. Celkově bylo v rámci této diplomové práce provedeno 48 zkoušek: 13 a 15 zkoušek při axiálním a torzním zatěžování a 20 zkoušek v axiálně-torzním režimu. Rozsahu životností $3,2 \times 10^3 - 6,4 \times 10^5$ cyklů byl dán omezením použitého zařízení a dostupným příslušenstvím. Celková doba všech zkoušek byla přibližně 620 hodin.

Tab. 2 a tab. 3 shrnují výsledky zkoušek při axiálním a torzním namáhání, kde F_a je nastavovaná hodnota amplitudy axiální síly, $M_{k,a}$ je nastavovaná hodnota kroutícího momentu, σ_a a τ_a jsou napětí na povrchu zkušební vzorku a N_f je počet cyklů do lomu. Amplituda napětí σ_a se spočítá z amplitudy zatěžující síly podle následujícího vztahu:

$$\sigma_a = \frac{F_a}{S_0}, \quad (51)$$

kde S_0 je počáteční průřez vzorku. Amplituda napětí τ_a se spočítá z amplitudy zatěžujícího kroutícího momentu podle následujícího vztahu:

$$\tau_a = \frac{M_{k,a}}{W_k}, \quad (52)$$

kde W_k se nazývá modul průřezu v krutu, který se spočítá podle vztahu

$$W_k = \frac{\pi D^3}{16}, \quad (53)$$

kde D je počáteční průměr vzorku [10].

Tab. 2 Experimentální data únavových zkoušek při axiálním namáhání.

Vzorek	F_a [kN]	σ_a [MPa]	N_f [cyklů]
1	15,00	389,8	6 166
2	15,00	389,8	6 497
3	14,20	369,0	15 312
4	13,70	356,0	17 107
5	13,00	337,8	49 926
6	13,00	337,8	55 983
7	13,00	337,8	56 498
8	12,50	324,8	71 934
9	12,50	324,8	100 967
10	12,00	311,8	162 348
11	12,00	311,8	163 364
12	12,00	311,8	182 336
13	11,00	285,8	557 651

Tab. 3 Experimentální data únavových zkoušek při torzním namáhání.

Vzorek	$M_{k,a}$ [Nm]	τ_a [MPa]	N_f [cyklů]
14	21,16	314,2	9 643
15	20,00	297,0	22 491
16	20,00	297,0	24 338
17	20,00	297,0	26 707
18	18,00	267,3	79 936
19	18,00	267,3	80 818
20	18,00	267,3	108 796
21	17,50	259,8	94 375
22	17,50	259,8	126 338
23	17,50	259,8	126 455
24	17,00	252,4	164 166
25	17,00	252,4	186 735
26	17,00	252,4	236 786
27	15,80	234,6	315 821
28	15,50	230,2	643 398

7.1 Wöhlerovy křivky

Obecně je známo, že tvar Wöhlerových křivek může výrazně záviset na materiálu a podmínkách zkoušek. Tato práce je omezená pouze na lineární závislost $\log \sigma_a - \log N_f$, resp. $\log \tau_a - \log N_f$, které byly vybrány na základě vyhodnocení regresí v semilogaritmických a logaritmických souřadnicích jak je doporučeno v normách [23] a [24]. Regresní rovnice lze obecně zapsat ve tvaru:

$$\hat{Y}_i = A + BX_i, \quad (54)$$

kde \hat{Y}_i je predikovaná hodnota závisle proměnné $\log \hat{N}_f$, A a B jsou regresní parametry a X_i je nezávisle proměnná $\log \sigma_a$ nebo $\log \tau_a$. Pro konkrétní typy namáhání má potom rovnice (54) tvar

$$\log \hat{N}_f = A_t + B_t \log \sigma_a \quad \text{pro tah – tlak,} \quad (55)$$

$$\log \hat{N}_f = A_k + B_k \log \tau_a \quad \text{pro krut,} \quad (56)$$

kde A_t , B_t , A_k a B_k jsou regresní parametry.

7.2 Koeficient korelace

Pro zjištění vhodného způsobu proložení dat přímkou byl, jak doporučují normy [23] a [24], použitý koeficient korelace r , který udává podíl odchylky snímaných údajů vysvětlitelných modelem k odchylkám dat od modelu. Koeficient korelace r se pohybuje v rozmezí $(-1; 1)$ a čím blíže je svým krajním hodnotám, tím je shoda modelu s daty lepší. Jeli hodnota r kladná (záporná), je proložená závislost mezi experimentálními body rostoucí (klesající) [25]. Tabulky tab. 4 a tab. 5 shrnují hodnoty r odpovídající různým modelům (lineární – doporučeno normou, mocninný a logaritmický) typům regresních křivek při proložení dat $\sigma_a - \log N$ a $\log \sigma_a - \log N_f$, resp. $\tau_a - \log N_f$ a $\log \tau_a - \log N_f$. Je zřejmé, že

lineární závislost v logaritmických souřadnicích nejlépe vystihuje experimentální body (a tudíž je použita pro další výpočty), i když se od mocninné nebo logaritmické regrese téměř neliší.

Tab. 4 Hodnoty koeficientu korelace pro různé druhy regresních křivek závislosti $\sigma_a - \log N_f$, resp. $\tau_a - \log N_f$.

Data	Koeficient korelace r		
	lineární	mocninný	logaritmický
symetrický tah – tlak	-0,994	-0,993	-0,995
symetrický krut	-0,989	-0,985	-0,988

Tab. 5 Hodnoty koeficientu korelace pro různé druhy regresních křivek závislosti $\log \sigma_a - \log N_f$, resp. $\log \tau_a - \log N_f$.

Data	Koeficient korelace r		
	lineární	mocninný	logaritmický
symetrický tah – tlak	-0,995	-0,992	-0,995
symetrický krut	-0,988	-0,984	-0,988

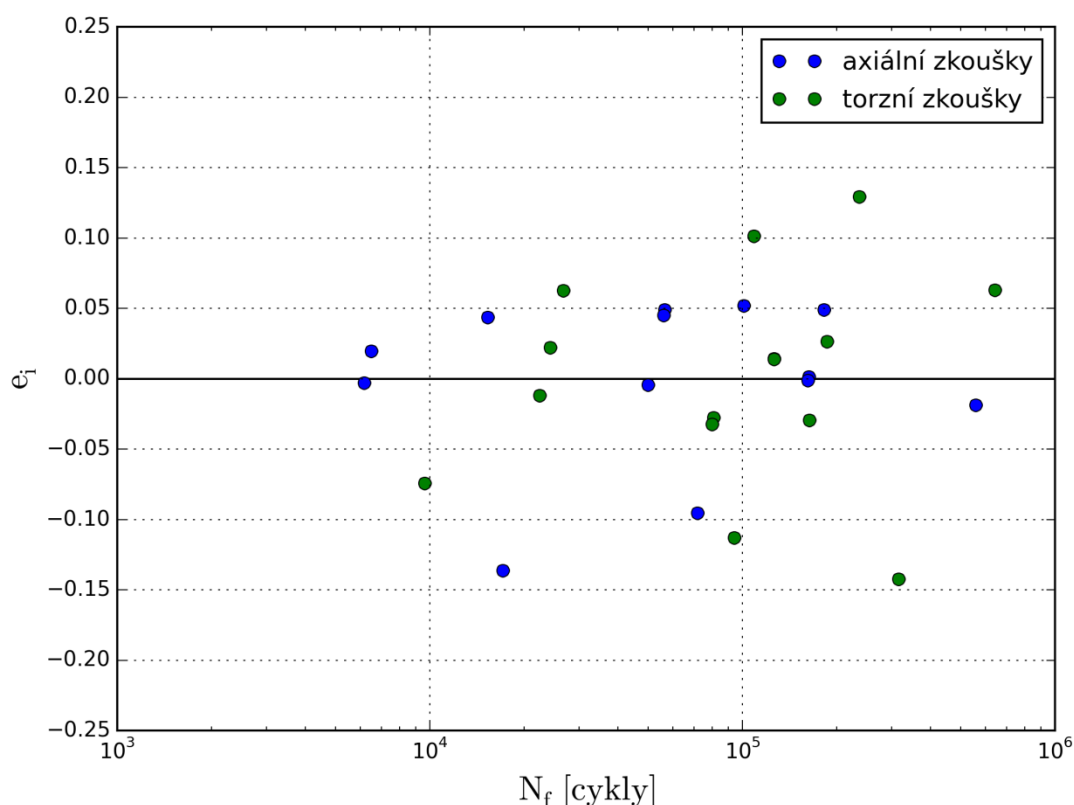
7.3 Diagram reziduí

Pro vyhodnocení kvality shody regrese se dále využívá hodnotících diagramů reziduí. Reziduum je definováno následujícím vztahem:

$$e_i = (Y_i - \hat{Y}_i), \quad (57)$$

kde Y_i je experimentálně zjištěná únavová životnost a \hat{Y}_i je predikovaná hodnota únavové životnosti. Diagram reziduí na obr. 24 znázorňuje závislost rozdílu logaritmů experimentálně zjištěné únavové životnosti vůči životnosti predikované lineárním regresním modelem v závislosti $\log \sigma_a - \log N_f$, resp. $\tau_a - \log N_f$.

Z obr. 24 je možné vidět více méně rovnoměrné pokrytí, z čehož je možné usoudit, že lineární model dat v logaritmických souřadnicích adekvátně zachycuje únavové chování materiálu. Při důkladném zkoumání diagramu reziduí je možné pozorovat rostoucí odchylky bodů od $e_i = 0$, tedy s rostoucí životností roste velikost reziduí. To indikuje tzv. heteroskedasticitu v datech, jinými slovy nekonstantní rozptyl reziduí. Trend v datech ovšem není nijak výrazný, tedy můžeme považovat metodu nejmenších čtverců za vhodnou pro odhad regresních koeficientů. Poznamenejme, že z práce [1] vyplývá, že není vhodné vynášet graf závislosti e_i proti naměřeným hodnotám počtu cyklů do lomu N_f , protože se jedná o vzájemně korelované veličiny, a je doporučeno vynášet závislost e_i proti hodnotám nezávisle proměnné, tedy například amplitudy napětí nebo jiné veličině, pro kterou neexistuje vztah vůči e_i . V ČSN ISO 12107 [24] se však tento graf závislosti klasických reziduí naopak uvádí jako běžně používaný.



Obr. 24 Diagram reziduí.

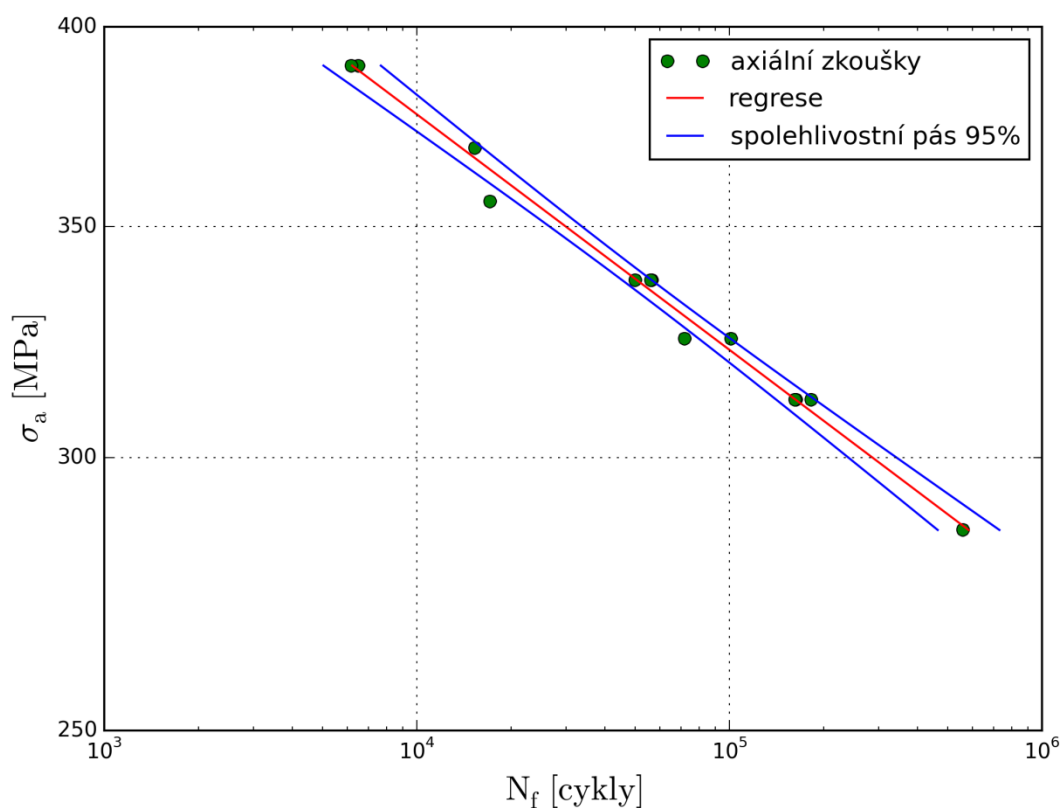
7.4 Sestrojení Wöhlerových křivek

7.4.1 Wöhlerova křivka pro namáhání tahem – tlakem

Experimentální data, která byla použita pro sestrojení Wöhlerovy křivky při namáhání symetrickým tahem – tlakem, jsou shrnuty v tab. 2. Tato data jsou vynesena v grafu na obr. 25, přičemž je vykreslena regresní přímka a mediánový spolehlivostní pás při spolehlivosti 95 % zjištěný podle normy [23]. Rovnice regresní přímky vyjadřující odhad únavové životnosti při namáhání symetrickým tahem – tlakem je

$$\log \hat{N}_f = 41,72 - 14,64 \log \sigma_a. \quad (58)$$

Spolehlivostní pás představuje intervalový odhad hodnoty únavové životnosti daný mediánovou křivkou.

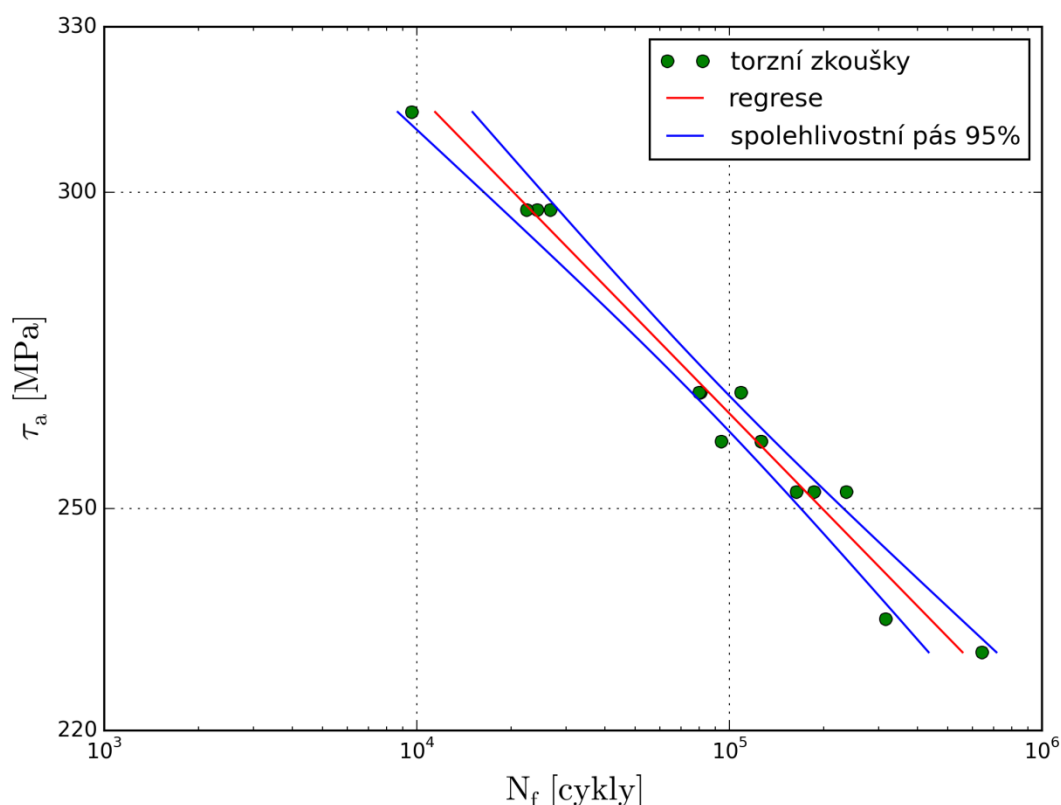


Obr. 25 Wöhlerova křivka pro namáhání symetrickým tahem – tlakem.

7.4.2 Wöhlerova křivka pro namáhání krutem

Experimentální data, která byla použita při výpočtu regresní přímky pro namáhání symetrickým krutem, jsou shrnuta v tab. 3. Tato data jsou zobrazena obdobným způsobem jako v předchozím případě na obr. 26. Rovnice regresní přímky je v tomto případě

$$\log \hat{N}_f = 35,22 - 12,48 \log \tau_a. \quad (59)$$



Obr. 26 Wöhlerova křivka pro namáhání symetrickým krutem.

7.4.3 Poznámka k rozsahu studovaných dat

Z obr. 25 a obr. 26 je vidět, že dva vzorky namáhané symetrickým tahem – tlakem (vzorky č. 1 a 2) a jeden vzorek namáhaný symetrickým krutem (vzorek č. 14) měly životnost menší než 10^4 cyklů. Existuje tedy nebezpečí, že tyto vzorky spadají do oblasti nízkých životností, kde se může směrnice Wöhlerovy křivky měnit. V takovém případě by pak bylo posouzení přesnosti predikce životnosti při kombinovaném zatěžování ovlivněné. Je tedy nutné rozhodnout, zda tyto únavové axiální a torzní zkoušky použít nebo ne. Posouzení bylo provedeno na základě srovnání koeficientů korelace při zahrnutí všech dat a při vyloučení posuzovaných zkoušek. Dále bylo obdobným způsobem vyhodnocena únavová životnost predikovaná jednotlivými studovanými kritérii pro případ vzorků č. 31 a 32 s životností 13601 a 15351 cyklů, o kterých lze předpokládat, že by mohly být nejvíce ovlivněny.

Bylo zjištěno, že koeficient korelace pro regresní přímku axiálně namáhaných vzorků se zahrnutím všech zkoušek je $r = -0,995$ a bez vzorků s životností menší než 10^4 cyklů je $r = -0,991$. Koeficient korelace regresní přímky torzně namáhaných vzorků je $r = -0,988$, pokud jsou zahrnuty všechny zkoušky a $r = -0,985$ bez zahrnutí vzorků s životností menší než 10^4 cyklů. Je tedy vidět, že spolehlivost proložení Wöhlerových křivek se prakticky nezmění a všechna data uvedená v tab. 2 a tab. 3 včetně vzorků s životností menší než 10^4 cyklů je možné zřejmě použít. Výsledky porovnání životností predikovaných pro vzorky 31 a 32 jsou uvedeny v tab. 6. Případ A zahrnuje všechny axiální a torzní zkoušky, případ B nezahrnuje axiální zkoušky s $N_f < 10^4$ cyklů a případ C navíc nezahrnuje i torzní zkoušku s $N_f < 10^4$ cyklů. Jak je vidět z této tabulky, ani v tomto případě se od sebe výsledky nijak výrazně neliší a proto můžeme vzorky č. 1, 2 a 14 brát jako součást Wöhlerových křivek a zahrnout je do dalších výpočtů.

Tab. 6 Porovnání predikovaných hodnot únavové životnosti pro vzorky 31 a 32 ($F_a = 13,49 \text{ kN}$, $M_{k,a} = 7,87 \text{ Nm}$) porušené po 13601 a 15351 cyklech.

kritérium	predikce		
	A	B	C
	\hat{N}_f [cyklů]	\hat{N}_f [cyklů]	\hat{N}_f [cyklů]
Gough-Pollard	10102,6	9913,9	10045,4
Matake	5651,5	5516,2	5586,5
Crossland	6748,6	6594,2	6665,7

8 Výsledky únavových zkoušek při kombinovaném namáhání

8.1 Křivky pro kombinované namáhání

Podíl axiálního a torzního napětí při kombinovaných zkouškách je v dalším textu popisován parametrem z definovaným jako [14]

$$z = \frac{\tau_a}{\sigma_a + \tau_a}. \quad (60)$$

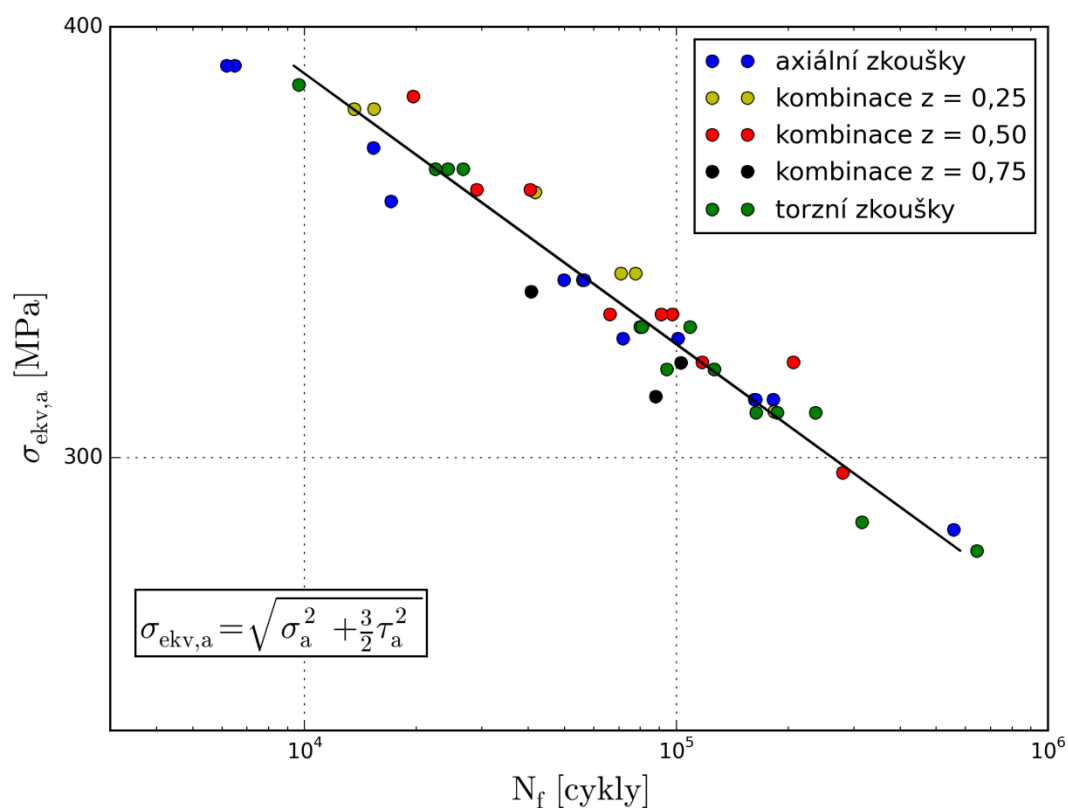
Parametr z nabývá hodnoty $z = 0$ pro čistě axiální namáhání, $z = 1$ pro čistě torzní namáhání a hodnot $z \in (0; 1)$ pro axiálně-torzní zkoušky. Experimentální data kombinovaných axiálně-torzních zkoušek jsou shrnuta v tab. 7, přičemž ekvivalentní napětí je definováno jako

$$\sigma_{\text{ekv},a} = \sqrt{\sigma_a^2 + \frac{3}{2}\tau_a^2}. \quad (61)$$

Experimentální data ze všech zkoušek, včetně čistě axiálních a torzních zkoušek, jsou zobrazena na obr. 27, ze kterého je zřejmé, že vztah (61) dobře vystihuje únavové chování daného materiálu.

Tab. 7 Experimentální data únavových zkoušek při kombinovaném axiálně – torzním namáhání.

Vzorek	z	F_a [kN]	$M_{k,a}$ [Nm]	σ_a [MPa]	τ_a [MPa]	$\sigma_{\text{ekv},a}$ [MPa]	N_f [cyklů]
29	0,25	15,12	8,82	392,9	131,0	424,4	3 237
30		15,12	8,82	392,9	131,0	424,4	3 673
31		13,49	7,87	350,5	116,9	378,5	13 601
32		13,49	7,87	350,5	116,9	378,6	15 351
33		12,76	7,44	331,6	110,5	358,1	41 714
34		12,10	7,00	314,4	103,9	339,2	70 892
35		12,10	7,00	314,4	103,9	339,2	77 647
36		11,02	6,43	286,3	95,5	309,3	183 547
37	0,50	9,29	16,27	241,4	241,6	381,9	19 579
38		8,73	15,28	226,8	226,9	358,7	29 014
39		8,73	15,28	226,8	226,9	358,7	40 489
40		8,00	14,10	207,9	209,4	330,1	66 362
41		8,00	14,10	207,9	209,4	330,1	91 160
42		8,00	14,10	207,9	209,4	330,1	97 563
43		7,80	13,60	202,7	201,9	319,8	117 336
44		7,80	13,60	202,7	201,9	319,8	206 470
45	0,75	7,23	12,65	187,9	187,8	297,0	280 640
46		3,39	17,78	88,1	264,0	335,1	40 773
47		3,23	16,96	83,9	16,96	319,6	102 815
48		3,16	16,58	82,1	16,58	312,5	87 950



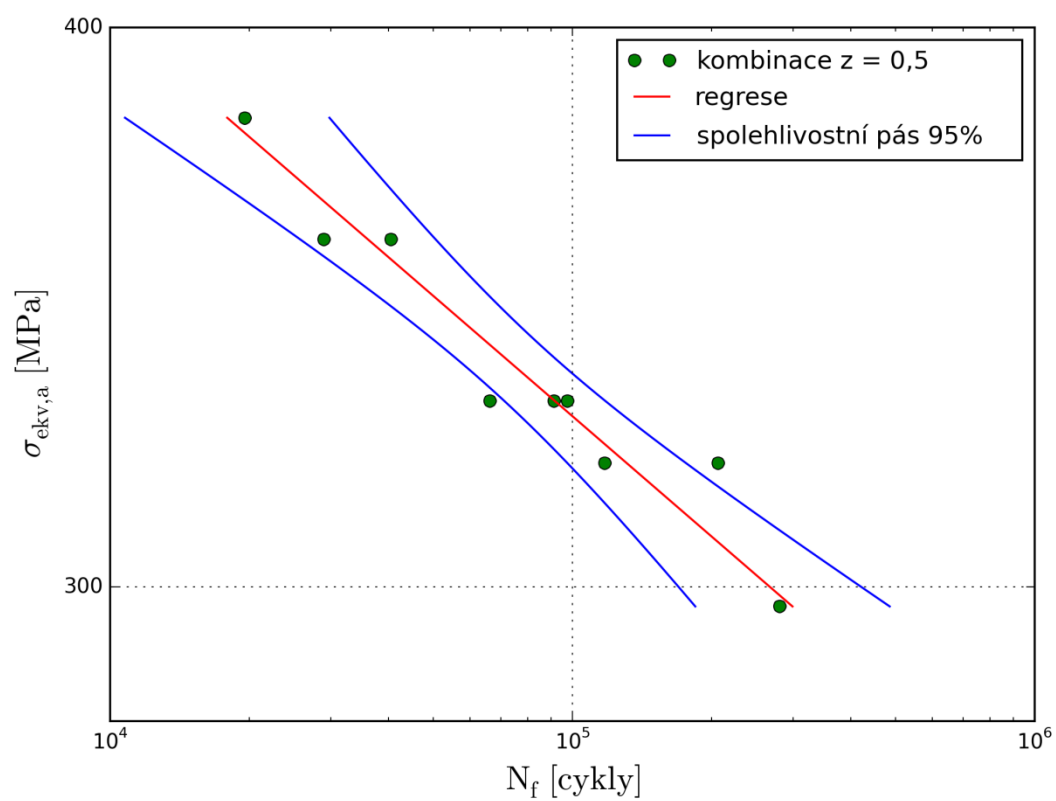
Obr. 27 Wöhlerova křivka pro všechna experimentální data.

Experimentální data pro jednotlivé kombinace jsou zobrazena na obr. 28 – 30. Rovnice regresních přímek s vyloučením zkoušek 29 a 30 u kombinace $z = 0,25$ jsou

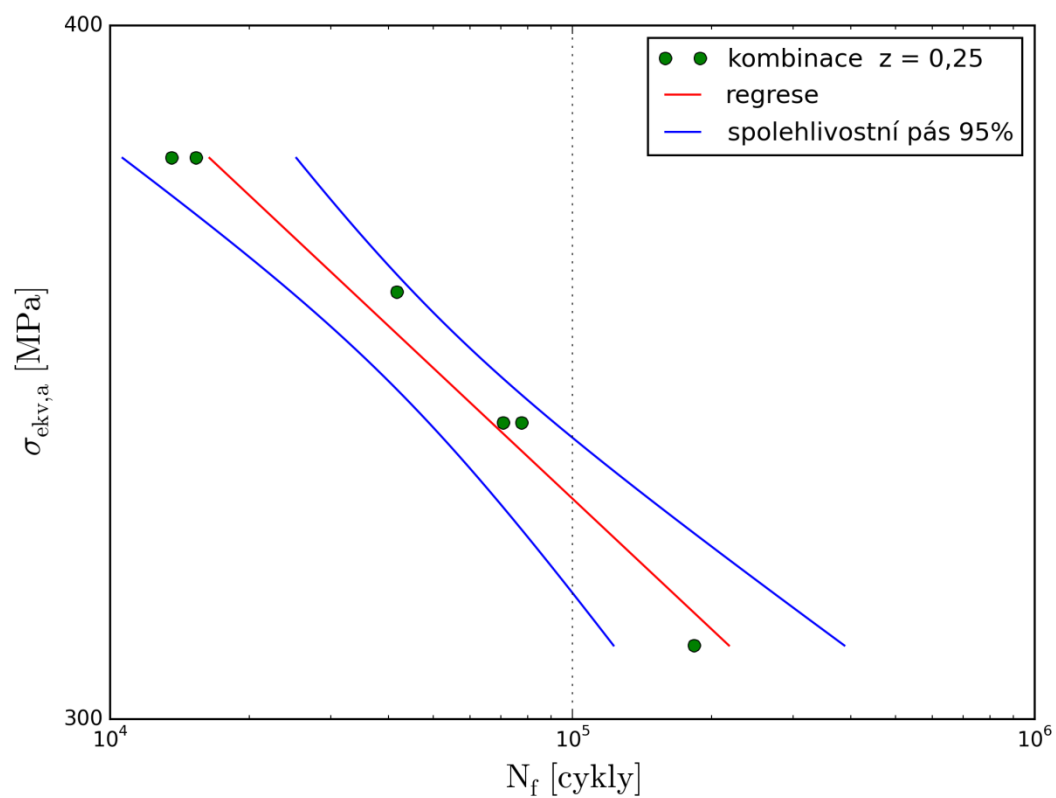
$$\log \hat{N}_f = 37,20 - 12,80 \times \log \sigma_{ekv,a} \quad \text{pro } z = 0,25, \quad (62)$$

$$\log \hat{N}_f = 33,18 - 11,20 \times \log \sigma_{ekv,a} \quad \text{pro } z = 0,50, \quad (63)$$

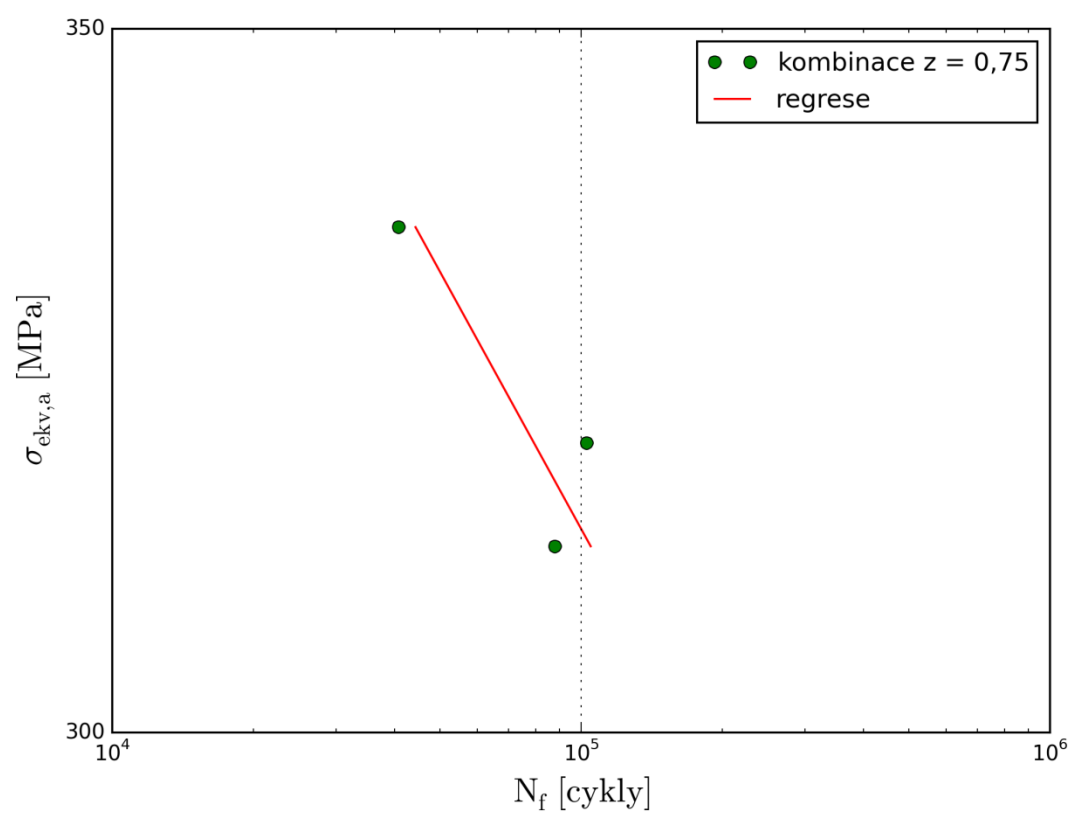
$$\log \hat{N}_f = 35,72 - 12,31 \times \log \sigma_{ekv,a} \quad \text{pro } z = 0,75. \quad (64)$$



Obr. 28 Wöhlerova křivka pro namáhání kombinací $z = 0,5$.



Obr. 29 Wöhlerova křivka pro namáhání kombinací $z = 0,25$.



Obr. 30 Wöhlerova křivka pro namáhání kombinací $z = 0,75$.

9 Výpočet parametrů obsažených v multiaxiálních kritériích

9.1 Výpočet únavové pevnosti

Pro určení predikce únavové životnosti při kombinovaném axiálně-torzním namáhání je nejprve nutné stanovit axiální a torzní únavovou pevnost σ_c a τ_c , která vstupuje do posuzovaných multiaxiálních kritérií. Dále je nutné určit spolehlivostní pás únavové pevnosti, tedy určit intervalový odhad hodnoty únavové pevnosti, což bylo určeno obdobným způsobem, jako byly určeny hodnoty únavové životnosti a jejich spolehlivosti (kap. 7) [23]. Odhady únavových pevností jsou dány regresními přímkami

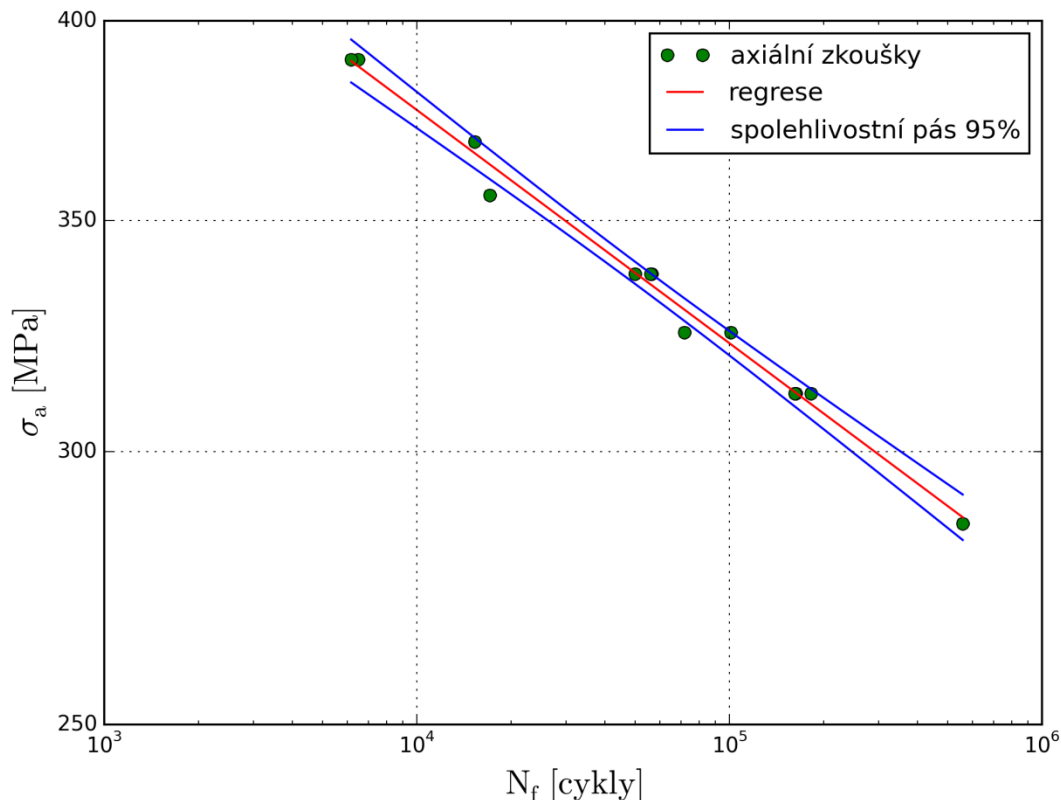
$$\log \sigma_c = A_t + B_t \log N_f \quad \text{pro tah – tlak,} \quad (65)$$

$$\log \tau_c = A_k + B_k \log N_f \quad \text{pro krut,} \quad (66)$$

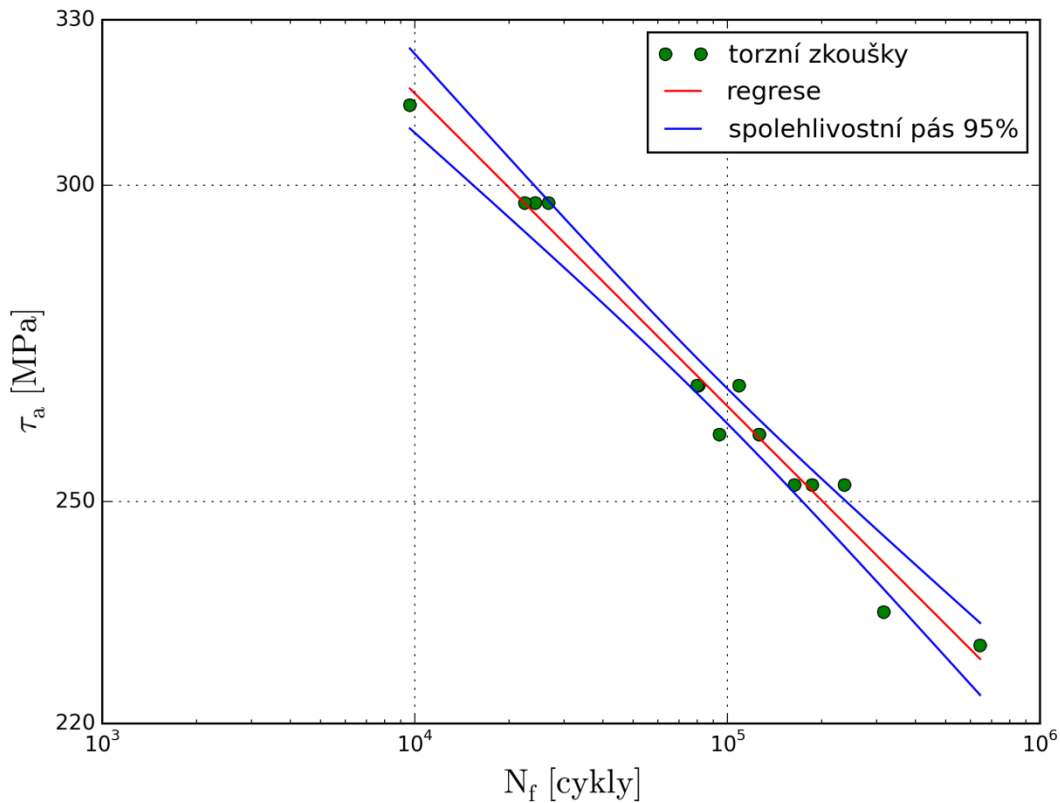
kde nezávisle proměnná je $\log \sigma_c$ nebo $\log \tau_c$ a závisle proměnná je $\log N_f$. Výsledky stanovení únavové pevnosti včetně spolehlivostních pásů jsou zobrazeny na obr. 31 a obr. 32, kde rovnice pro odhad únavových pevností jsou

$$\log \sigma_c = 2,85 - 0,07 \log N_f \quad \text{pro tah – tlak,} \quad (67)$$

$$\log \tau_c = 2,81 - 0,08 \log N_f \quad \text{pro krut.} \quad (68)$$



Obr. 31 Wöhlerova křivka pro namáhání symetrickým tahem – tlakem



Obr. 32 Wöhlerova křivka pro namáhání symetrickým krutem

Stanovení spolehlivosti únavové pevnosti vzorků axiálně nebo torzně zatížených je téměř totožné pro případ, kdy je určena z regrese, kde nezávisle proměnná je $\log \hat{N}_f$, tak i pro případ určení z regrese, kde nezávisle proměnná je $\log \sigma_c$ nebo $\log \tau_c$.

Jiným způsobem jak stanovit únavovou pevnost je stupňovitá metoda uvedená v normě [24]. Vzorky se zatěžují vždy stejným počtem cyklů při daném zatížení a pozoruje se, zda toto zatížení vede k porušení vzorku. V případě, kdy k porušení nedojde, je zatížení zvýšeno a naopak v případě kdy je vzorek porušen, je zatížení sníženo. Stupňovitou metodu je vhodné použít v případě, kdy je potřeba určit jeden odhad únavové pevnosti.

9.2 Výpočet hlavních napětí

Pro další výpočty je třeba určit hlavní napětí, která vstupují do odhadů životností při kombinovaných axiálně-torzních zkouškách (stav 9.3). Jak již bylo zmíněno v kap. 4, hlavní napětí získáme řešením charakteristické rovnice (15). Pro případ proporcionálního zatěžování synchronní kombinací tahu – tlaku a krutu ($\sigma_a = \sigma_x$, $\tau_a = \tau_{xy} = \tau_{yx}$, $\sigma_m = \tau_m = 0$) lze napěťový stav v libovolném bodě na povrchu vzorku, kde předpokládáme iniciaci únavové trhliny, popsat tenzorem napětí T_σ ve tvaru [10]:

$$T_\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & 0 \\ \tau_{yx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_a & \tau_a & 0 \\ \tau_a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (69)$$

Hlavní napětí σ_{ia} , kde $i = 1, 2, 3$, dostaneme řešením determinantu

$$\begin{vmatrix} \sigma_a - \sigma_{ia} & \tau_a & 0 \\ \tau_a & -\sigma_{ia} & 0 \\ 0 & 0 & -\sigma_{ia} \end{vmatrix} = 0, \quad (70)$$

tedy platí za předpokladu $\sigma_{1a} > \sigma_{2a} > \sigma_{3a}$:

$$\sigma_{1a} = \frac{\sigma_a}{2} + \sqrt{\frac{\sigma_a^2}{4} + \tau_a^2} = \frac{\sigma_a + \sqrt{\sigma_a^2 + 4\tau_a^2}}{2}, \quad (71)$$

$$\sigma_{2a} = 0, \quad (72)$$

$$\sigma_{3a} = \frac{\sigma_a}{2} - \sqrt{\frac{\sigma_a^2}{4} + \tau_a^2} = \frac{\sigma_a - \sqrt{\sigma_a^2 + 4\tau_a^2}}{2}. \quad (73)$$

Jedná se tedy o dvouosý prutový stav napjatosti. Vypočtená hlavní napětí jsou pro kombinované zkoušky shrnuty v tab. 8.

Tab. 8 Hlavní napětí pro zkušební tělesa namáhaná kombinací symetrického tahu – tlaku a krutu.

Vzorek	z	σ_a [MPa]	τ_a [MPa]	σ_1 [MPa]	σ_3 [MPa]
29, 30	0,25	392,9	131,0	432,5	-39,7
31, 32		350,5	116,9	385,9	-35,4
33		331,6	110,5	365,0	-33,4
34, 35		314,4	103,9	345,7	-31,3
36		286,3	95,5	315,3	-28,9
37	0,50	241,4	241,6	390,8	-149,4
38, 39		226,8	226,9	367,1	-140,2
40, 41, 42		207,9	209,4	337,7	-129,8
43, 44		202,7	201,9	327,3	-124,6
45		187,9	187,8	303,9	-116,1
46	0,75	88,1	264,0	311,7	-223,6
47		83,9	251,8	297,3	-213,3
48		82,1	246,2	290,6	-208,5

9.3 Výpočet parametrů obsažených v multiaxiálních kritériích

Pro stanovení predikce únavové životnosti při axiálně-torzním namáhání byla v práci použita kritéria navržená Gough-Pollardem, Matakem a Crosslandem. Tato kritéria představují zástupce empirických kritérií, kritérií vycházejících z koncepce kritické roviny a kritériích vycházejících z napětových invariantů. Gough-Pollardovo kritérium vycházející z HMM hypotézy neobsahuje žádné parametry, které by bylo třeba určit, Matakovo kritérium, kde kritická rovina je definováno amplitudou maximálního smykového napětí $\tau_{\max,a}$, pro kterou platí [10]:

$$\tau_{\max,a} = \frac{\sigma_{1a} - \sigma_{3a}}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_a^2 + 4\tau_a^2}. \quad (74)$$

Dalším parametrem Matakova kritéria je maximální normálové napětí v kritické rovině $\sigma_{n,\max}$ které se určí pomocí vztahu:

$$\sigma_{n,\max} = \frac{\sigma_{1a} + \sigma_{3a}}{2} = \frac{\sigma_a}{2}. \quad (75)$$

Pro použití Crosslandova kritéria je třeba určit odmocninu z amplitudy druhého invariantu deviátoru tenzoru napětí $\sqrt{J_{2,a}}$ a maximální hydrostatické napětí $\sigma_{h,\max}$. Druhý invariant deviátoru tenzoru napětí dostaneme využitím vztahů (17), (19), (22) v následující podobě [10]:

$$J_2 = \frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]. \quad (76)$$

Vzhledem k dvojosému stavu napjatosti ($\sigma_2 = 0$) dostaneme po úpravě

$$\sqrt{J_{2,a}} = \sqrt{\frac{1}{3}(\sigma_{1a}^2 - \sigma_{1a}\sigma_{3a} + \sigma_{3a}^2)}. \quad (77)$$

Pro maximální hydrostatické napětí $\sigma_{h,\max}$ platí vztah

$$\sigma_{h,\max} = \frac{1}{3}(\sigma_{1\max} + \sigma_{2\max} + \sigma_{3\max}). \quad (78)$$

Za předpokladu $\sigma_{1\max} = \sigma_{1a}$, $\sigma_{2\max} = \sigma_{2a} = 0$, $\sigma_{3\max} = \sigma_{3a}$ získáme

$$\sigma_{h,\max} = \frac{1}{3}(\sigma_{1a} + \sigma_{3a}) = \frac{\sigma_a}{3}. \quad (79)$$

Výsledky výpočtů všech parametrů shrnuje tab. 9.

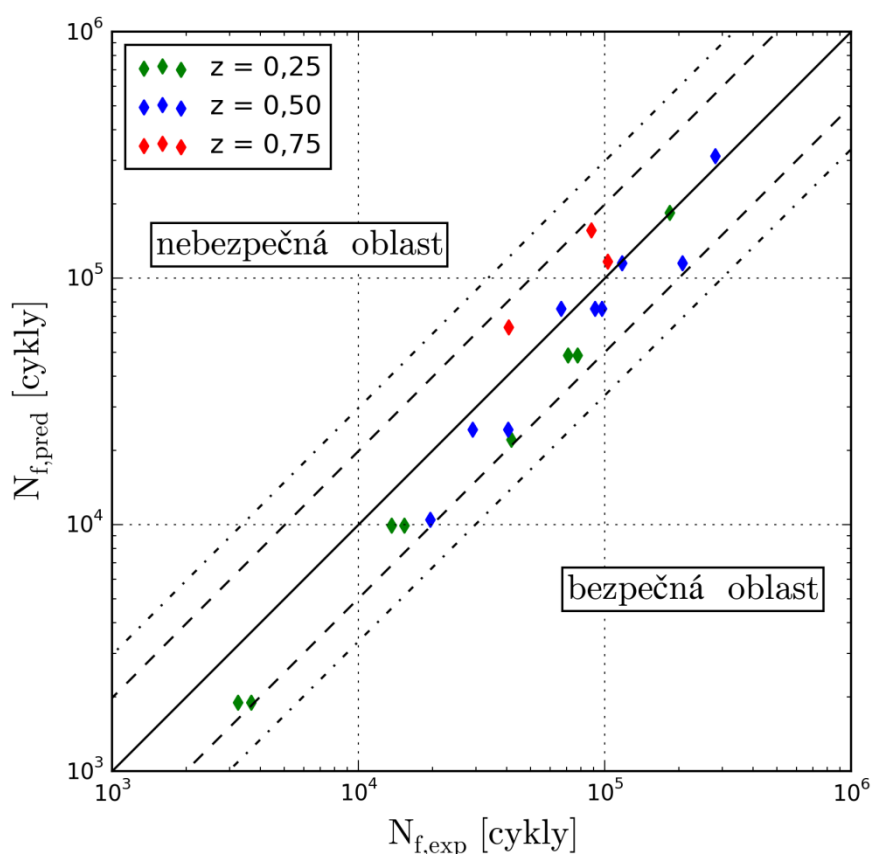
Tab. 9 Parametry obsažené v multiaxiálních kritériích.

Vzorky	z	σ_1 [MPa]	σ_3 [MPa]	$\sigma_{n,\max}$ [MPa]	$\tau_{\max,a}$ [MPa]	$\sqrt{J_{2,a}}$	$\sigma_{h,\max}$ [MPa]
29, 30	0,25	432,5	-39,7	196,4	236,1	261,9	131,0
31, 32		385,9	-35,4	175,3	210,6	233,7	116,8
33		365,0	-33,4	165,8	199,2	221,0	110,5
34, 35		345,7	-31,3	157,2	188,5	209,2	104,8
36		315,3	-28,9	143,2	172,1	190,9	95,4
37	0,50	390,8	-149,4	120,7	270,1	278,9	80,5
38, 39		367,1	-140,2	113,4	253,7	262,0	75,6
40, 41, 42		337,7	-129,8	103,9	233,7	241,3	69,3
43, 44		327,3	-124,6	101,3	225,9	233,4	67,6
45		303,9	-116,1	93,9	210,0	216,9	62,6
46	0,75	311,7	-223,6	44,0	267,7	268,9	29,4
47		297,3	-213,3	42,0	255,3	256,4	28,0
48		290,6	-208,5	41,1	249,6	250,7	27,4

10 Posouzení přesnosti predikce únavové životnosti při kombinovaném namáhání

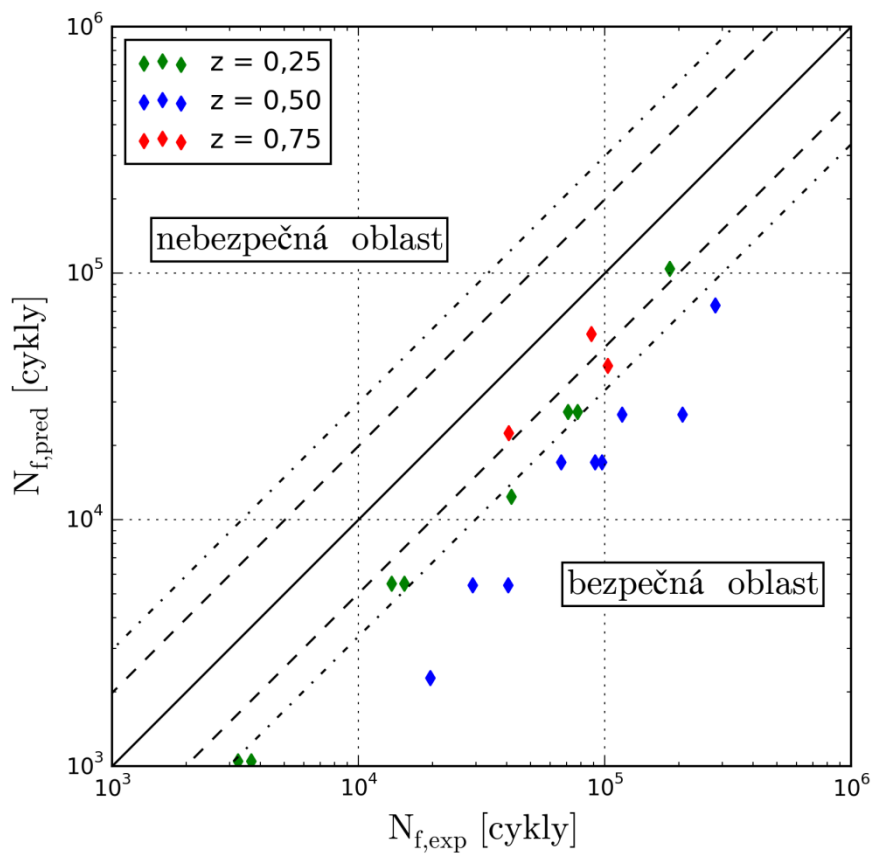
10.1 Porovnání predikovaných a experimentálních životností

Na obr. 33 – 35 je možné vidět výsledky experimentálně pozorované únavové životnosti $N_{f,exp}$ ve srovnání s předpokládanou (predikovanou) životností $N_{f,pred}$, vypočtenou pomocí studovaných multiaxiálních kritérií. Ve všech obrázcích představuje plná centrální čára dokonalou shodu mezi odhadovanou a experimentální únavovou životností. Čárkované a čerchované čáry představují dvojnásobnou a trojnásobnou šířku pásma.

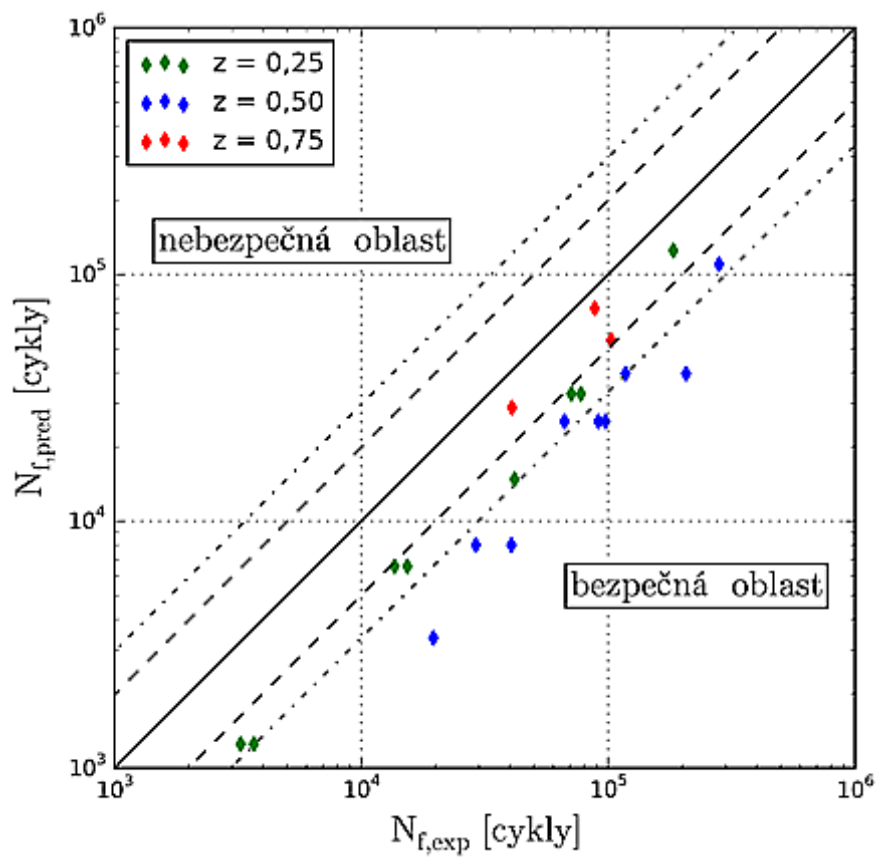


Obr. 33 Srovnání experimentálně naměřené a predikované únavové životnosti podle Gough-Pollarda.

Z výsledků je zřejmé, že nejlepší shody predikce s experimentem je dosaženo při použití Gough-Pollardovo kritéria a dále je zřejmé, že všechna kritéria predikují nižší životnosti, tedy jsou konzervativní. Matakovo a Crosslandovo kritérium jsou z hlediska posouzení přesnosti predikce únavové životnosti kvalitativně podobné.



Obr. 34 Srovnání experimentálně naměřené a predikované únavové životnosti podle Mataka.



Obr. 35 Srovnání experimentálně naměřené a predikované únavové životnosti podle Crosslanda.

10.2 Logaritmický chybový index

Zavedeným způsobem posouzení přesnosti predikce únavové životnosti pomocí multiaxiálních kritérií je chybového indexu I [26]:

$$I = \frac{\text{levá strana rovnice} - \text{pravá strana rovnice}}{\text{pravá strana rovnice}} \cdot 100. \quad (80)$$

kde levá strana rovnice, případně pravá strana rovnice je příslušná strana rovnice posuzovaného kritéria. Chybový index I není možné pro vyhodnocení použít, protože může nabývat různých hodnot pro kritéria, která predikují stejnou hodnotu únavové životnosti. Například pro zkoušku č. 40 obdržíme z rovnic (24), (34) a (80) chybový index $I = 16,59 \%$ pro Gough-Pollardovo kritérium pro křehké materiály a $I = 10,26 \%$ pro Matakovo kritérium, přestože kritéria vedou ke stejné predikci únavové životnosti. Jiným způsobem posouzení multiaxiálních kritérií je výpočet logaritmického chybového indexu E_{\log} [27] podle následujícího vztahu:

$$E_{\log} = \frac{\log N_{f,\text{exp}} - \log N_{f,\text{pred}}}{\log N_{f,\text{exp}}} \cdot 100. \quad (81)$$

Tento parametr (podobně jako chybový index) umožňuje nejen posoudit kvalitu predikce daného kritéria, ale také zhodnotit, zda je experimentální únavová životnost oproti predikované vyšší (kladné hodnoty E_{\log} , konzervativní odhad) nebo nižší (záporné hodnoty E_{\log} , nekonzervativní odhad) [14]. Průměrné hodnoty a směrodatné odchylky logaritmických chybových indexů jsou pro jednotlivé kombinace a pro všechny zkoušky shrnuty v tab. 10.

Tab. 10 Průměrné hodnoty a směrodatné odchylky logaritmických chybových indexů.

Kritérium	$z = 0,25$	$z = 0,5$	$z = 0,75$	všechny zkoušky
	$E_{\log} [\%]$	$E_{\log} [\%]$	$E_{\log} [\%]$	$E_{\log} [\%]$
Gough-Pollard	$4,5 \pm 2,3$	$2,2 \pm 2,5$	$-3,4 \pm 1,7$	$2,3 \pm 3,5$
Matake	$10,4 \pm 3,1$	$15,5 \pm 3,3$	$5,8 \pm 1,6$	$12,0 \pm 4,6$
Crossland	$8,6 \pm 2,9$	$11,9 \pm 3,1$	$3,5 \pm 1,6$	$9,3 \pm 4,1$

Z výsledků uvedených v tab. 10 je zřejmé, že průměrné hodnoty logaritmických chybových indexů jsou nižší v případě, kdy převažuje axiální napětí ($z = 0,25$) nebo torzní napětí ($z = 0,75$), než v případě, kdy je poměr axiálního a torzního napětí ve vzorku stejný ($z = 0,5$) s výjimkou Gough-Pollardova kritéria. Průměrné hodnoty logaritmických chybových indexů multiaxiálních zkoušek, ve kterých převažuje torzní napětí ($z = 0,75$), nejsou konzervativní, avšak byly provedeny pouze 3 zkoušky této kombinace, tedy výsledky mohou být zkreslené. Způsobem jakým posoudit rozdíly mezi jednotlivými kritérii je např. výpočet Cohenova parametru d , který srovnává dva statistické soubory na základě rozdílu jejich průměrů a představuje "normalizovanou" míru pozorovaného efektu [28]. Tento parametr je definován jako:

$$d = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s}, \quad (82)$$

kde \bar{x}_1 , \bar{x}_2 jsou průměrné hodnoty jednotlivých souborů dat (v našem případě průměrné hodnoty logaritmických chybových indexů) a s je směrodatná odchylka zjištěná z obou souborů. Cohenovi parametry d pro jednotlivé dvojice kritérií jsou uvedeny v tab. 11.

Tab. 11 Cohenovi parametry pro jednotlivé dvojice kritérií.

Kritérium	d
Matake/Gough-Pollard	1,5
Crossland/Gough-Pollard	1,4
Matake/Crossland	-0,6

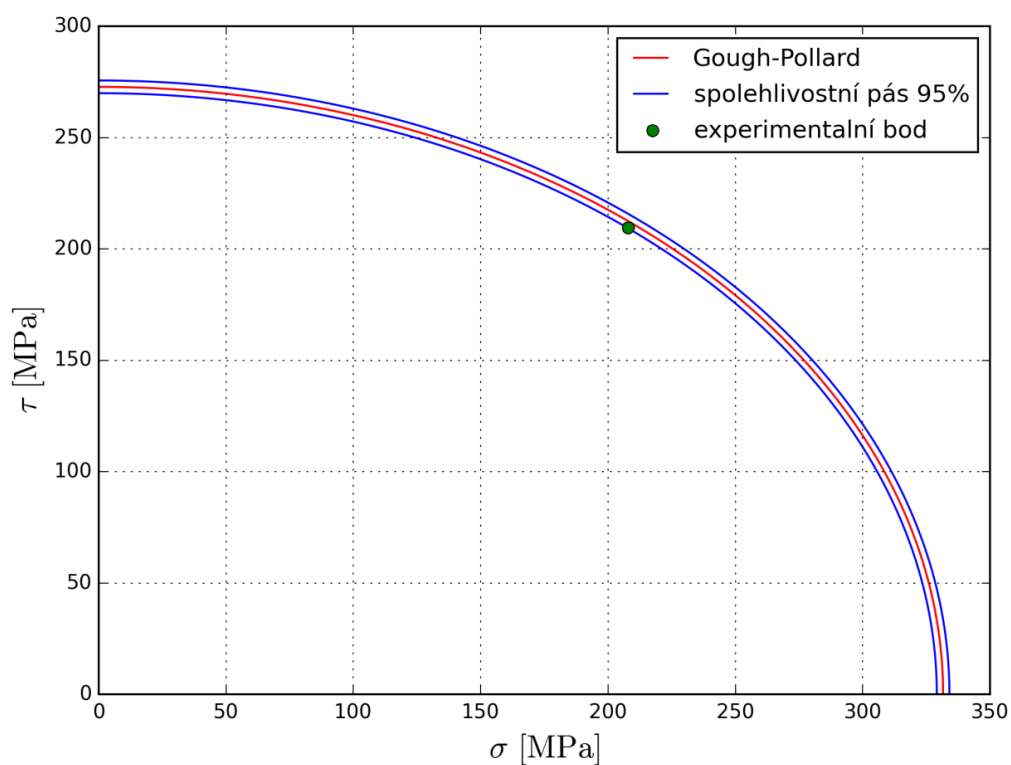
Zjištěné výsledky svědčí o systematickém rozdílu Gough-Pollardova kritéria, jak je patrné z tab. 10.

10.3 Metoda spolehlivostních pásů

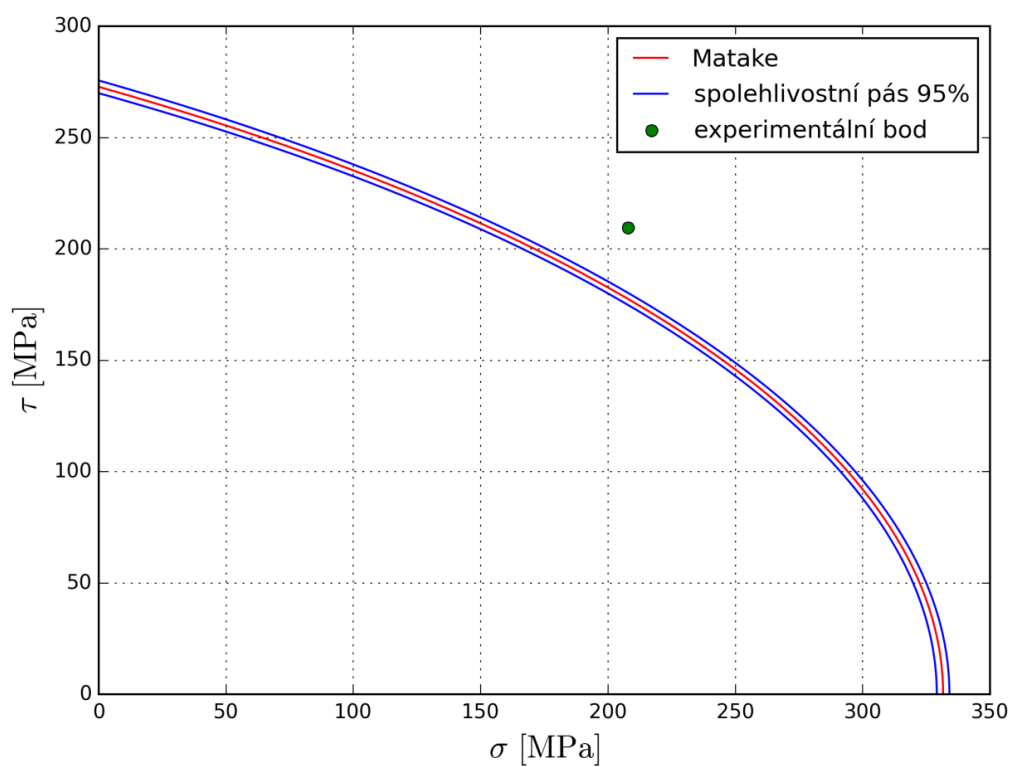
Další možností, jak posoudit přesnost predikce únavové životnosti pomocí multiaxiálních kritérií, je určit s jistotou spolehlivostí (v této práci bylo vyhodnocení provedeno pro spolehlivost 95 %) intervalový odhad střední hodnoty únavové životnosti. Jinak řečeno, jestli dané kritérium predikuje pozorovanou únavovou životnost v určitém rozmezí je možné posouzením toho, zda se experimentální bod nachází uvnitř spolehlivostního pásu. V rámci řešené problematiky se jedná o novou metodu, která dosud nebyla publikována. Tab. 12 shrnuje výsledky pro všechny studované kombinované zkoušky, přičemž symbol ✓ znamená, že experimentální bod leží ve spolehlivostním pásu a naopak × znamená, že ve spolehlivostním pásu neleží. Poznámka extrapolace znamená, že u těchto únavových zkoušek musela být extrapolována horní nebo dolní mez spolehlivostního pásu.

Tab. 12 Výsledky metody spolehlivostních pásů pro všechny studované kombinované zkoušky.

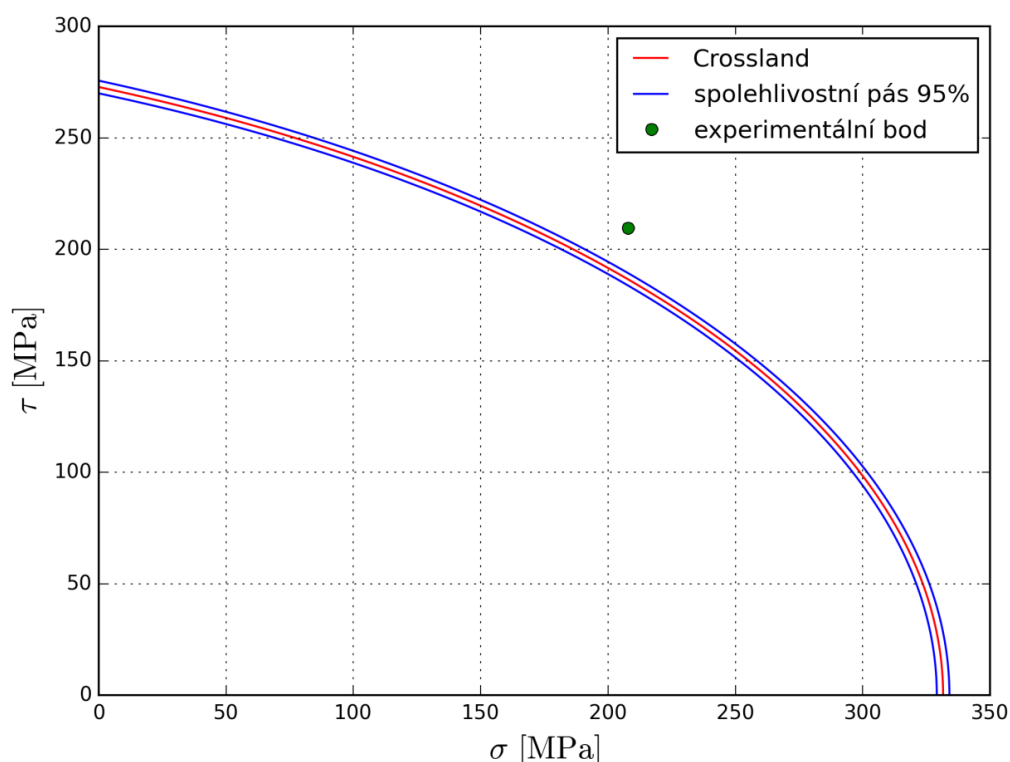
N _f [cyklů]	z	Gough-Pollard	Matake	Crossland	Poznámka
3237	0,25	×	×	×	extrapolace
3673		×	×	×	extrapolace
13601		×	×	×	extrapolace
15351		×	×	×	
41714		×	×	×	
70892		×	×	×	
77647		×	×	×	
183547		✓	×	×	
19579	0,50	×	×	×	
29014		✓	×	×	
40489		×	×	×	
66362		✓	×	×	
91160		×	×	×	
97563		×	×	×	
117336		✓	×	×	
206470		×	×	×	
280640		✓	×	×	
40773	0,75	×	×	×	
87950		×	×	×	
102815		✓	×	×	



Obr. 36 Určení spolehlivosti intervalového odhadu střední hodnoty únavové životnosti Gough-Pollardova kritéria vzorku č.40.



Obr. 37 Určení spolehlivosti intervalového odhadu střední hodnoty únavové životnosti Matakova kritéria vzorku č.40.

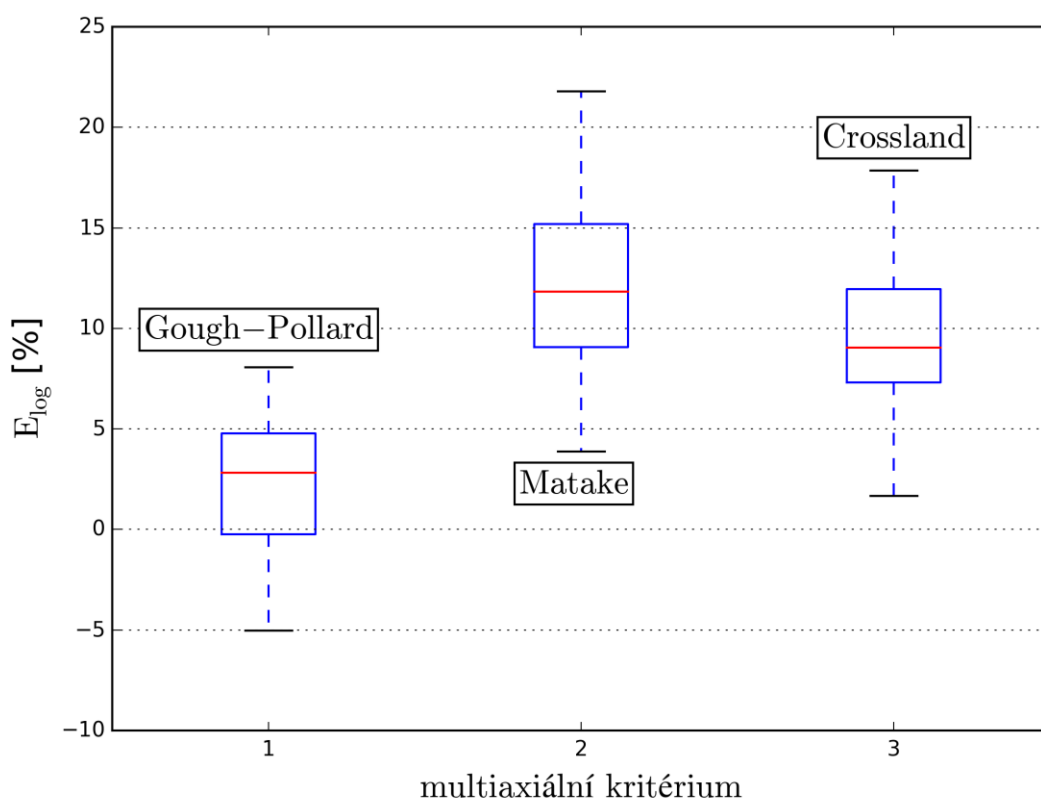


Obr. 38 Určení spolehlivosti intervalového odhadu střední hodnoty únavové životnosti Crosslandova kritéria vzorku č.40.

Na obr. 36 – 38 je vidět ukázka výsledků pro vzorek č. 40 s únavovou životností $N_f = 66362$ pro všechna tři kritéria. Je vidět, že u Gough-Pollaedova kritéria leží experimentální bod ve spolehlivostním pásu a u Matakova a Crosslandova kritéria neleží. Z tab. 12 je vidět, že většina experimentálních bodů nepadne do spolehlivostních pásů multiaxiálních kritérií. Výjimkou je v některých případech Gough-Pollardovo kritérium, které má nejlepší predikce únavové životnosti.

10.4 Diskuze výsledků

Hlavní výsledky studie únavové životnosti mohou být shrnuty následovně. Výpočet životností ukazuje, že nejlépe predikuje životnost Gough-Pollardovo kritérium, přičemž většina odhadů leží ve dvojnásobném pásmu (obr. 33). Nejhuře predikuje životnost Matakovo kritérium. Pro většinu zkoušek je predikovaná únavová životnost v případě všech kritérií nižší než experimentální životnost a jedná se tedy o konzervativní odhad. To je možné vidět také na obr. 39, kde je uveden krabicový diagram (např. [25]) logaritmických chybových indexů pro jednotlivá multiaxiální kritéria. Prostřední část diagramu ("krabice") je ohraničená shora 3. kvantilem a zdola 1. kvantilem, tedy v ní leží 50% hodnot E_{\log} . Horizontální červená čára značí 2. kvartil, tedy medián. Horizontální černé čáry ve vzdálenosti tří směrodatných odchylek ohraničují více než 99 % rozsahu hodnot.



Obr. 39 Krabicový diagram logaritmických chybových indexů posuzovaných kritérií.

Při bližším zkoumání závislosti experimentálních a predikovaných životností (obr. 33 – 35) a chybových indexů je zřejmé, že s rostoucí životností jsou pro všechna kritéria predikované hodnoty bližší experimentálním výsledkům. Například při rozdělení dat na soubory s životností větší, resp. menší než $N_f = 5 \times 10^4$ cyklů obdržíme výsledky shrnuté v tab. 13 a tab. 14.

Tab. 13 Průměrné hodnoty a směrodatné odchyly logaritmických chybových indexů vzorků s životností menší než 5×10^4 cyklů.

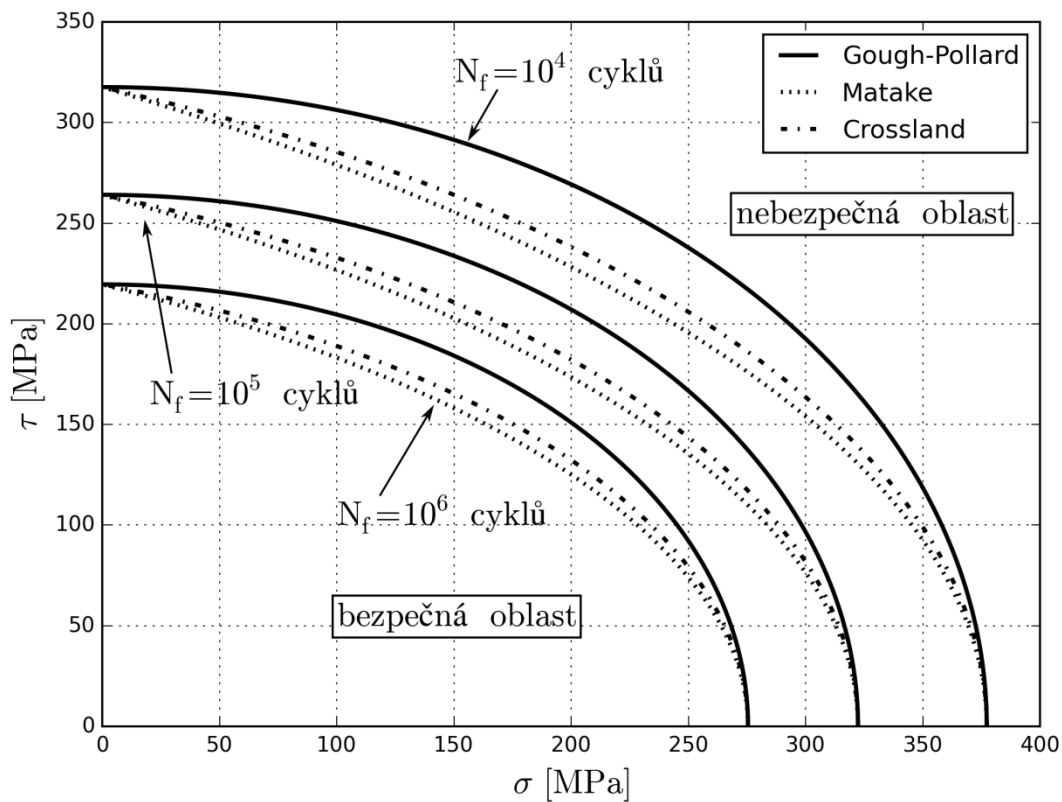
Kritérium	$E_{\log} [\%]$
Gough-Pollard	$4,1 \pm 3,4$
Matake	$13,7 \pm 4,7$
Crossland	$11,1 \pm 4,1$

Tab. 14 Průměrné hodnoty a směrodatné odchyly logaritmických chybových indexů vzorků s životností větší než 5×10^4 cyklů.

Kritérium	$E_{\log} [\%]$
Gough-Pollard	$0,8 \pm 2,7$
Matake	$10,6 \pm 4,0$
Crossland	$7,9 \pm 3,4$

Studium spolehlivostních pásů (tab. 12), jakožto nové metody pro posouzení predikce multiaxiální únavové životnosti, dále ukazuje, že většina bodů do spolehlivostního pásu (při spolehlivosti 95 %) nepadne, s výjimkou zkoušek v oblasti vyšších životností při použití Gough-Pollardova kritéria. Tyto výsledky lze vysvětlit nižší pevností studovaného materiálu

($R_m = 674$ MPa) a tím, že napěťová kritéria jsou obecně navrženy pro oblasti vyšších životností, kde kritériální křivky leží blíže sobě (obr. 40), anebo pro vysocepevné materiály ($R_m > 900$ MPa). Lepší výsledky dosažené při použití Gough-Pollardova kritéria odpovídají tomu, že toto kritérium vychází z HMM hypotézy a bylo navrženo spíše pro tvárné materiály.



Obr. 40 Kritériální křivky pro různé životnosti.

Závěr

Cílem předložené diplomové práce bylo posoudit přesnost predikce únavové životnosti vzorků z nástrojové oceli 1.2210 při synchronním kombinovaném axiálně-torzním namáhání pomocí multiaxiálních napěťových kritérií navržených Gough-Pollardem, Matakem a Crosslandem, jakožto vybraných zástupců základních skupin napěťových kritérií (empirická kritéria, kritéria založená na kritické rovině a kritéria založená na napěťových invariantech). Únavové zkoušky byly provedeny pomocí axiálně-krutového servo-hydraulického testovacího systému od společnosti BiSS. K posouzení přesnosti predikce únavové životnosti při víceosém namáhání bylo nejprve zapotřebí určit únavovou pevnost a její spolehlivost při zkouškách prostým tahem – tlakem a prostým krutem a další parametry, které vstupují do multiaxiálních kritérií.

Predikční schopnost multiaxiálních kritérií byla vyhodnocena několika přístupy. Mimo srovnání experimentálních a vypočtených životností a srovnání pomocí logaritmického chybového indexu E_{\log} byla použita také nově zavedená metoda spolehlivostních pásů. Bylo zjištěno, že nejlepší výsledky poskytuje Gough-Pollardovo kritérium a všechna tři kritéria jsou spíše konzervativní. Tento závěr však vyplývá z vyhodnocení relativně malého počtu únavových zkoušek středně pevného materiálu v omezeném rozsahu životností.

Seznam použitých zdrojů

- [1] JANÍČEK, P. *Systémová metodologie: brána do řešení problémů*. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2014. ISBN 978-80-7204-887-8.
- [2] KLESNIL, M. a P. LUKÁŠ, P. *Únava kovových materiálů při mechanickém namáhání*. Academic, Praha, 1975. 224 s. ISBN 509-21-857.
- [3] PANTĚLEJEV, L. *Únava kovových materiálů [online]*. Brno, 31 s. [cit. 2015-05-04]. Dostupné z: <http://ime.fme.vutbr.cz/images/umvi/opory/ukm/Unava%20kovovych%20materialu.pdf>
- [4] VLK, M. *Dynamická pevnost a životnost*. 2., přeprac. vyd. Brno: VUT, 1992, 223 s. Učební texty vysokých škol. ISBN 80-214-0427-2.
- [5] ONDRÁČEK, E. *Mechanika těles: pružnost a pevnost II*. Vyd. 4., přeprac., V Akademickém nakladatelství CERM 2. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2006, 262 s. ISBN 80-214-3260-8.
- [6] POKLUDA, J., F. KROUPA a L. OBDRŽÁLEK. *Mechanické vlastnosti a struktura pevných látek: (kovy, keramika, plasty)*. 1. vyd. Brno: PC-DIR, 1994. ISBN 80-214-0575-9.
- [7] TERENCEV, V. F. *On the problem of the fatigue limit of the metallic materials*. Metal Science and Heat Treatment [online]. 2004, č. 46, s. 244-249 [cit. 2016-02-22]. Dostupné z: <http://link.springer.com/article/10.1023/B%3AMSAT.0000043111.07884.3b#/page-1>
- [8] SHIRANI, M. a G. HÄRKEGÅRD. *Fatigue life distribution and size effect in ductile cast iron for wind turbine components* [online]. Engineering Failure Analysis, 2011, č. 18, s. 12-24 [cit. 2016-04-03]. Dostupné z: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1350630710001275>
- [9] VRBKA, J. *Pružnost a pevnost I*. Brno, 2012. Investice do rozvoje a vzdělávání: Učební text, 280 s.
- [10] JANÍČEK, P., E. ONDRÁČEK, J. VRBKA a J. BURŠA. *Mechanika těles: pružnost a pevnost I*. 3., přeprac. vyd., V Akademickém nakladatelství CERM 1. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2004, 287 s. ISBN 80-214-2592-X.
- [11] SHIGLEY, J. E., Ch. R. MISCHKE a R. G. BUDYNAS. *Konstruování strojních součástí*. 1. vydání. Editoři: M. Hartl, M. Vlk. Brno: VUTUM, 2010, 1159 s. ISBN 978-80-214-2629-0.
- [12] SOCIE, D. F., G. B. MARQUIS. *Multiaxial Fatigue*. Warrendale, PA : SAE Society of automotive Engineers, 2000. 484 s. ISBN 0-7680-0453-5.
- [13] SLÁMEČKA, K. *Životnost ocelových vzorků při kmitavém zatěžování kombinovaným ohybem a krutem*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2001. 59 s. Vedoucí diplomové práce: Prof. RNDr. Jaroslav Pokluda, Csc.

- [14] SLÁMEČKA, K., J. POKLUDA, M. KIANICOVÁ, J. HORNÍKOVÁ a K. OBRTLÍK. *Fatigue life of Inconel 713LC with/without protective diffusion coating under bending, torsion and their combination* [online]. Engineering Fracture Mechanics, 2013, č. 110, s. 459-467 [cit. 2016-02-15]. ISSN 0013-7944. Dostupné z: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0013794413000040>
- [15] PAPADOPOULOS, I.V., DAVOLI, P., GORLA, C., FILIPPINI, M., BERNASCONI, A. *A comparative study of multiaxial high – cycle fatigue criteria for metals* [online]. International Journal of Fatigue, 1997, č. 19, s. 219-235 [cit. 2016-04-01]. Dostupné z: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0142112396000643>
- [16] PAPADOPOULOS, I. V. *A new criterion of fatigue strength for out-of-phase bending and torsion of hard metals* [online]. International Journal of Fatigue, 1994, č. 16, s. 377-384 [cit. 2016-04-20]. Dostupné z : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0142112394904499>
- [17] WANG, C. H. a M. W. BROWN. *A Path-Independent Parameter for Fatigue Under Proportional and Nonproportional Loading* [online]. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, 1993, č. 16, s. 1285-1298 [cit. 2016-04-03]. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/227795329_A_path-independent_parameter_for_fatigue_under_proportional_and_non-proportional_loading
- [18] BAUER, D. *Kritéria víceosé únavové životnosti*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2009. 32 s. Vedoucí bakalářské práce Ing. Jana Horníková, Ph.D.
- [19] Materiálový list oceli 1.2210
- [20] MIČKA, J. *Zpracování měření mechanických charakteristik kovových materiálů při monotónním zatěžování*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2014. 61 s. Vedoucí bakalářské práce doc. Ing. Jana Horníková, Ph.D..
- [21] INDUSTAR-M. *Manuál k použití: Axiálně-krutový servo-elektrický testovací systém – Hardware* [CD]. 18 s.
- [22] INDUSTAR-M. *Manuál k použití: Axiálně-krutový servo-elektrický testovací systém – Softwarová aplikace Test Builder* [CD]. 41 s.
- [23] ASTM E 739-91. *Standard Practice for Statistical Analysis of Linear or Linearized Stress-Life (S-N) and Strain-life (ε-N) Fatigue Data*. Reapproved. West Conshohocken, PA, United States: ASTM International, 2004.
- [24] ČSN ISO 12107. *Kovové materiály – Zkoušení únavy: Statistické plánování a analýza údajů*. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a statní zkušebnictví, 2013, 26 s.
- [25] KARPÍŠEK, Z. *Matematika IV: statistika a pravděpodobnost*. 3., dopl. vyd. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2007, 170 s. ISBN 978-80-214-3380-9.

[26] PAPADOPOULOS, I. V., DAVOLI, P., GORLA, C., FILIPPINI, M., BERNASCONI, A. *Assessment of multiaxial fatigue life prediction methodologies for Inconel 718* [online]. Procedia Engineering, 2010, č. 2, s. 2347–2356 [cit. 2016-05-11]. Dostupné z : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877705810002523>

[27] FILIPPINI, M., FOLETTI, S., PASQUERO, G. *Assessment of multiaxial fatigue life prediction methodologies for Inconel 718* [online]. Procedia Engineering, 2010, č. 2, s. 2347–2356 [cit. 2016-05-11]. Dostupné z : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877705810002523>

[28] DOWNEY, A. B. *Think Stats: Probability and Statistics for Programmers* [online]. 2. vydání. Needham, Massachusetts, USA: Green Tea Press, 2014 [cit. 2016-04-22]. ISBN 978-1491907337. Dostupné z: <http://greenteapress.com/thinkstats2/>

Seznam použitých symbolů a zkratek

b, c, f, g, h, j, k, S	[-]	materiálové charakteristiky
d		Cohenův parametr
D	[mm]	počáteční průměr vzorku
e _i		reziduum
E	[MPa]	modul pružnosti v tahu
E _{log}	[%]	logaritmický chybový index
F _a	[kN]	amplituda zatěžující síly
M _{k,a}	[Nm]	amplituda zatěžujícího kroutícího momentu
N ₀		počet cyklů pro nukleaci
N _f		počet cyklů do lomu
N _{f,exp}		experimentálně pozorovaná únavová životnost
N _{f,pred}		predikovaná únavová životnost
\hat{N}_f		predikovaná hodnota počtu cyklů do lomu
P	[-]	amplitudový součinitel asymetrie cyklu
r	[-]	koeficient korelace
R	[-]	napětový součinitel asymetrie cyklu
R _e	[MPa]	mez kluzu
R _m	[MPa]	mez pevnosti
R _{p0,2}	[MPa]	smluvní mez kluzu
S ₀	[mm ²]	počáteční průřez vzorku
W _k	[mm ³]	modul průřezu v krutu
X _i		nezávisle proměnná
\hat{Y}_1		predikovaná hodnota závisle proměnné
z		podíl tahu a krutu
α, β, κ, λ	[-]	materiálové charakteristiky
Δσ	[MPa]	rozkmit normálového napětí
Δσ _{ekv}	[MPa]	rozkmit ekvivalentního napětí
Δσ ₁ , Δσ ₂ , Δσ ₃	[MPa]	rozkmit hlavních napětí
Δτ	[MPa]	rozkmit smykového napětí
ε _{ae}	[-]	amplituda elastické deformace
ε _{ap}	[-]	amplituda plastické deformace
ε _{at}	[-]	amplituda celkové poměrné deformace
σ	[MPa]	napětí
σ _a	[MPa]	amplituda normálového napětí
σ _c	[MPa]	mez únavy v tahu
σ _d	[MPa]	dolní napětí
σ _{ekv}	[MPa]	ekvivalentní napětí
σ _{ekv,a}	[MPa]	amplituda ekvivalentního napětí
σ _h	[MPa]	horní napětí
σ _{h,m}	[MPa]	střední hydrostatické napětí
σ _{h,max}	[MPa]	maximální hydrostatické napětí
σ _m	[MPa]	střední napětí
σ _{max}	[MPa]	maximální napětí
σ _n	[MPa]	normálové napětí
σ _{n,max}	[MPa]	maximální normálové napětí
σ _{Nc}	[MPa]	časovaná mez únavy

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	[MPa]	normálová napětí působící na stěnu elementární krychle
σ_0	[MPa]	normálové napětí v oktaedrické rovině
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	[MPa]	hlavní napětí
$\sigma_{1a}, \sigma_{2a}, \sigma_{3a}$	[MPa]	amplitudy hlavních napětí
τ	[MPa]	smykové napětí
τ_a	[MPa]	amplituda smykového napětí
τ_c	[MPa]	mez únavy v krutu
$\tau_{\max,a}$	[MPa]	amplituda maximálního smykového napětí
$\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$	[MPa]	smyková napětí působící na stěnu elementární krychle
τ_0	[MPa]	smykové napětí v oktaedrické rovině

Seznam obrázků

Obr. 1 Schematicky zakreslená Wöhlerova křivka, σ_h – horní napětí, σ_d – dolní napětí, σ_a – amplituda napětí, σ_m – střední napětí, $\Delta\sigma$ – rozkmit napětí, N_f – počet cyklů do lomu. Křivka "a" znázorňuje typickou odezvu pro oceli a křivka "b" odezvu pro slitiny hliníku, hořčíku a mědi. Upraveno z [3].	14
Obr. 2 Stadia únavového života, upraveno z [3].	15
Obr. 3 Cyklické zpevnění a změkčení pro různé režimy zatěžování, kde ε_{ap} – amplituda plastické deformace, $\varepsilon_{ap,sa}$ – saturovaná hodnota plastické deformace, $\sigma_{a,sat}$ – saturovaná hodnota amplitudy napětí. Upraveno z [3].	16
Obr. 4 Cyklická křivka napětí-deformace, σ – napětí, ε_p – plastická deformace. Upraveno z [3].	17
Obr. 5 Srovnání jednosměrných tahových diagramů a cyklických křivek napětí – deformace. Upraveno z [3].	17
Obr. 6 Schéma kartového skluzu v perzistentním skluzovém pásmu, upraveno z [3].	18
Obr. 7 Etapy šíření únavové trhliny, upraveno z [3].	19
Obr. 8 Křivky životnosti $\sigma_a - N_f$, upraveno z [3].	20
Obr. 9 Wöhlerovy křivky vysoce pevných pružinových Cr-Si ocelí: \circ – 54SC6, \square – 55SC7, Δ – 55SC7TT2. Upraveno z [7].	21
Obr. 10 Schematická křivka životnosti $\varepsilon_{at} - N_f$, upraveno z [3].	22
Obr. 11 Schéma hysterezní smyčky, upraveno z [3].	23
Obr. 12 Ukázka konstrukce Smithova diagramu pro mez únavy, kde σ_{ac} je amplituda napětí pro mez únavy a σ_{hc} je horní napětí pro mez únavy. Upraveno z [3].	24
Obr. 13 Schematicky znázorněný Haighův diagram, upraveno z [3].	25
Obr. 14 Napětí působící v elementárním prvku tělesa, upraveno z [12].	26
Obr. 15 Trajektorie zatěžování při kombinovaném axiálně-torzním namáhání, upraveno z [13].	27
Obr. 16 Typy šíření trhlin, upraveno z [12].	32
Obr. 17 Výkres zkušební vzorku.	34
Obr. 18 Topografie povrchu pracovní části zkušební vzorku.	34
Obr. 19 Struktura materiálu: vlevo nenaleptaný stav, vpravo naleptaný stav (zvětšení 1200 \times).	35
Obr. 20 Zkušební stroj [21].	36
Obr. 21 Software MTL 32.	37
Obr. 22 Software Test Builder.	37
Obr. 23 Ukázka časového průběhu axiální síly F a torzního momentu M_k při zkoušce vzorku č. 37.	38
Obr. 24 Diagram reziduí.	42
Obr. 25 Wöhlerova křivka pro namáhání symetrickým tahem – tlakem.	43
Obr. 26 Wöhlerova křivka pro namáhání symetrickým krutem.	44
Obr. 27 Wöhlerova křivka pro všechna experimentální data.	47
Obr. 28 Wöhlerova křivka pro namáhání kombinací $z = 0,5$.	48
Obr. 29 Wöhlerova křivka pro namáhání kombinací $z = 0,25$.	48
Obr. 30 Wöhlerova křivka pro namáhání kombinací $z = 0,75$.	49
Obr. 31 Wöhlerova křivka pro namáhání symetrickým tahem – tlakem.	50
Obr. 32 Wöhlerova křivka pro namáhání symetrickým krutem.	51
Obr. 33 Srovnání experimentálně naměřené a predikované únavové životnosti podle Gough-Pollarda.	54
Obr. 34 Srovnání experimentálně naměřené a predikované únavové životnosti podle Mataka.	55

<i>Obr. 35 Srovnání experimentálně naměřené a predikované únavové životnosti podle Crosslanda.</i>	55
<i>Obr. 36 Určení spolehlivosti intervalového odhadu střední hodnoty únavové životnosti Gough-Pollardova kritéria vzorku č.40.</i>	58
<i>Obr. 37 Určení spolehlivosti intervalového odhadu střední hodnoty únavové životnosti Matakova kritéria vzorku č.40.</i>	58
<i>Obr. 38 Určení spolehlivosti intervalového odhadu střední hodnoty únavové životnosti Crosslandova kritéria vzorku č.40.</i>	59
<i>Obr. 39 Krabicový diagram logaritmických chybových indexů posuzovaných kritérií.</i>	60
<i>Obr. 40 Kriteriaální křivky pro různé životnosti.</i>	61

Seznam tabulek

<i>Tab. 1 Průměrné hodnoty a směrodatné odchylky maximálních a minimálních hodnot zátěžné síly F a krouticího momentu M_k (zjištěno z 15800 cyklů).</i>	38
<i>Tab. 2 Experimentální data únavových zkoušek při axiálním namáhání.</i>	39
<i>Tab. 3 Experimentální data únavových zkoušek při torzním namáhání.</i>	40
<i>Tab. 4 Hodnoty koeficientu korelace pro různé druhy regresních křivek závislosti $\sigma_a - \log N_f$ resp. $\tau_a - \log N_f$.</i>	41
<i>Tab. 5 Hodnoty koeficientu korelace pro různé druhy regresních křivek závislosti $\log \sigma_a - \log N_f$ resp. $\log \tau_a - \log N_f$.</i>	41
<i>Tab. 6 Porovnání predikovaných hodnot únavové životnosti pro vzorky 31 a 32 ($F_a = 13,49$ kN, $M_{k,a} = 7,87$ Nm) porušené po 13601 a 15351 cyklech.</i>	45
<i>Tab. 7 Experimentální data únavových zkoušek při kombinovaném axiálně – torzním namáhání.</i>	46
<i>Tab. 8 Hlavní napětí pro zkušební tělesa namáhaná kombinací symetrického tahu – tlaku a krutu.</i>	52
<i>Tab. 9 Parametry obsažené v multiaxiálních kritériích.</i>	53
<i>Tab. 10 Průměrné hodnoty a směrodatné odchylky logaritmických chybových indexů.</i>	56
<i>Tab. 11 Cohenovi parametry pro jednotlivé dvojice kritérií.</i>	57
<i>Tab. 12 Výsledky metody spolehlivostních pásů pro všechny studované kombinované zkoušky.</i>	57
<i>Tab. 13 Průměrné hodnoty a směrodatné odchylky logaritmických chybových indexů vzorků s životností menší než 5×10^4 cyklů.</i>	60
<i>Tab. 14 Průměrné hodnoty a směrodatné odchylky logaritmických chybových indexů vzorků s životností větší než 5×10^4 cyklů.</i>	60